Y-019E
C.2.

RECTANGULARIZATION OF THE SURVIVAL CURVE AND ENTROPY - THE CANADIAN EXPERIENCE, 1921-1981

by

Dhruva Nagnur*

Statistics Canada
Research Paper No. 15

July 1985

* The views expressed in this paper are the responsibility of the author alone, not of Statistics Canada.

The assistance of Marie-Claire Couture, Social and Economic Studies Division is appreciatively acknowledged.

ABSTRACT

The emergence of the phenomenon of rectangularization of the survival curve has been associated with the increased probability of survival to older ages and the general improvement of the expectation of life. The Canadian experience for the past six decades provides an added testimony to this phenomenon. The values of Entropy (H) as well as the projection of total life expectancies at two different age-points give the same "average maximum life expectancy" for men and women. An effort to parameterize H with a second degree polynominal in the reciprocal of the expectation of life at successive ages is attempted. The function gives a good fit. The implication of the rectangularization with respect to specific health care areas is briefly examined.

KEY WORDS

RECTANGULARIZATION, SURVIVAL CURVE, ENTROPY, TOTAL LIFE EXPECTANCY, AVERAGE MAXIMUM LIFE SPAN

Introduction

In the recent demographic and epidemiologic literature, there has been an extensive discussion on the phenomenon of rectangularization of the life table survival curve (James Fries, N. Keyfitz, G. Myers and K. Manton). Rectangularization, or the flattening of the curve to form a more rectangular shape has occurred over the past several decades in many developed countries of the world in which the demographic transition from high mortality to low mortality is nearly complete.

The emergence of the phenomenon of rectangularization of the survival curve has been the consequence of the increased probability of survival to older ages as a result of the improvement in mortality at all ages in general and at younger ages in particular; this experience has caused significant improvements in the expectation of life at birth and at successive ages though the magnitude of such increase is found to be declining with age. Some, such as Fries, have hypothesized that this emergence has been associated with a compression of morbidity at the older ages and thus contributing to an increase in the disease-free life at the older ages. According to the evidence provided by hospital morbidity data in Canada, compression of morbidity does not seem to have taken place as yet. However, the Canadian mortality experience over the past six decades provides a significant testimony to the rectangularization phenomenon with its attendant increase in life expectancy and survivors to older ages.

Increasing Survivors to Older Ages

From 1921 to 1981, there have been significant increases in the probability of survival and the number of survivors at successive older ages (see Table 1.) These values are reproduced from a set of abridged life tables (Nagnur) constructed for five-year intervals from 1921 to 1981 for Canada and the provinces; these life tables have been constructed by the method of iteration developed by N. Keytifz in the paper "Life Table that Agrees with the Data".

TABLE 1
SURVIVORS OF THE BIRTH COHORT OF 100,000 TO AGES 65, 75 AND 85,
CANADA, 1921, 1951 AND 1981

Years \ Ages	Males			Females		
	65	75	85	65	75	85
1921	57,603	35,883	11,123	59,640	38,418	12,994
1951	65,877	41,931	13,490	75,585	54,046	20,760
1981	74,681	50,367	19,966	86,088	70,503	40,648
	Increase in the Number of Survivors					
1951-21	8,274	6,048	2,367	15,945	15,628	7,766
1981-51	8,804	8,436	6,476	10,503	16,457	19,888
Total	17,078	14,484	8,843	26,448	32,085	27,654
	Percent Increase in Survivors					
1951-1921	14.4	16.9	21.3	26.7	40.7	59.8
1981-1951	13.4	20.1	48.0	13.9	30.4	95.8

Source: Nagnur, Dhruva, Longevity and Historical Life Tables, unpublished.

Generally, the improvements in the number of survivors were greater during the 30 years following 1951, compared to the similar period before. Women made even greater gains than men and remarkable improvements have been registered in the probabilities of survival to older ages - 65, 75 and 85.

Among the male birth-cohorts subject to the 1921 life table, 3 out of 5 were expected to survive to the age of 65; the proportion according to the 1981 life table had risen to 3 out of 4. Slightly more than 1 out of 3 survived to age 75 according to the 1921 life table while in the 1981 life table, more than one half were expected to make it to that age. A remarkable progress has occurred with respect to the improvements in the chance of

survival to age 85. Between 1951 and 1981, the increase in the numbers expected to reach age 85 was almost three times as many as those between 1921 and 1951 - 6,500 as against 2,400 from an initial birth-cohort of 100 thousand.

With respect to women, the improvements in the corresponding survival probabilities have been still more spectacular than those for men. According to the 1921 life table, women who would survive to 65 years of age accounted for 3 out of 5; the proportion had risen to 3 out of 4 and was almost 7 out of 8 according to the 1951 and 1981 life tables. A similar trend was observed among women estimated to survive to age 75; according to the 1921 life table, 2 out of 5 were expected to survive to that age; the proportion had increased to more than 1 in 2 and it was in excess of 7 out of 10 according to the 1951 and 1981 life tables.

A yet more spectacular increase for women has been registered in the chance of survival to age 85: according to the 1921, 1951 and 1981 life tables, the numbers increased from 13,000 to 21,000 and almost doubled to 41,000 survivors respectively (from an initial radix of 100 thousand). The increase represents 100 percent more survivors to age 85 according to the 1981 life table than the level attained according to the 1951 life table; and this accounts for twice as many women survivors as those for men.

Survival Curves

The survival curves, the number surviving to each age (lx column of a life table) plotted against the age, illustrate the phenomenon of rectangularization rather dramatically. The flattening of the curve, is gradually evolving over the period of last six decades. Some significant developments in the Canadian experience could be observed from the set of graphs in charts 1 to 5; they illustrate the gradual evolution of the increasing survivors to older ages for both men and women from 1921 to 1981. The increase in the rectangularization is relatively greater during the period 1951 to 1981 than in the earlier three decades. The differential between men and women was more pronounced at the older ages in 1981 than in 1951 and was clearly very small

in 1921. In any case, one could reasonably suggest that future improvements will be in much smaller increments than those for the past six decades. J. Fries states that, with respect to U.S.A., 80 percent of the difference between historical curve (of the year 1900) and the ideal curve was eliminated by 1980; this may also perhaps be true for Canada. Of course, the ideal curve or complete rectangularization is a theoretical concept; it is unachievable in real life.

Trends in Life Expectancy

Life expectancy at birth has increased significantly during the past six decades - 13 years for men and 18 years for women recpectively. The primary contributing factor for this increase is the reduction of infant and childhood mortality. The infant mortality rate, which was in excess of 1 in 10 live births in 1921, has declined to less than 1 in 100 live births in 1981; the neonatal death rate, which was 43 per 1,000 live births in 1921, decreased to 6 per 1,000 live births in 1981; similarly the post-neonatal death rate, which was around 45 per 1,000 live births in 1921, fell to slightly more than 3 per 1,000 live births in 1981. Such dramatic declines have contributed proportionately more than that of any other single age to the increase in the life expectancy at birth.

It can be seen from Table 3 that the improvements have been more in the first three decades following 1921 than in the latter decades. The sex difference in the expectation of life has increased steadily from about two years in 1921 to more than seven years in 1981.

Although the expectation of life at birth has increased substantially since 1921, the same is not true for life expectancy at the older ages - say at 40, 65 and 75; this is relatively more so in case of males than females. The charts 6 to 10 show this trend rather dramatically. Between 1921 and 1951, the life expectancy for men at ages 40, 65 and 75 increased by less than half a year. For women, the improvement, though progressively smaller with increasing age, was relatively more significant - three years at age 40, 1.8 years at age 65 and 0.8 year at age 75.

TABLE 3
Life Expectancy at Age 0, 40, 65 and 75, Canada, 1921, 1951 and 1981

Age	Males			Females		
	1921	1951	1981	1921	1951	1981
0	58.8	66.4	71.9	60.6	70.9	79.0
40	32.1	32.5	34.7	32.7	35.7	40.8
65	13.0	13.3	14.6	13.6	15.0	18.9
75	7.6	7.9	9.0	8.0	8.8	11.9

Age	Increase in Life Expectancy					
	Males			Females		
	1921-51	1951-81	Total	1921-51	1951-81	Total
0	7.6	5.5	13.1	10.3	8.1	18.4
40	0.4	2.2	2.6	3.0	5.1	8.1
65	0.3	1.3	1.6	1.4	3.9	5.3
75	0.3	1.1	1.4	0.8	3.1	3.9

Age	Difference Between Female-Male Life Expectancy		
	1921	1951	1981
0	1.8	4.5	7.1
40	0.6	3.2	6.1
65	0.6	1.7	4.3
75	0.4	0.9	2.9

Source: Nagnur, Dhruva, Longevity and Historical Life Tables, unpublished.

There were, however, comparatively greater improvements in expectation of life at the older ages between 1951 and 1981. Men improved their life expectancies by 2.2, 1.3 and 1.1 years at ages 40, 65 and 75; women, by 5.1, 3.9 and 3.1 years.

The difference in life expectancy between men and women has steadily increased over the past six decades - from about two years more at birth for women in 1921 to more than seven years in 1981; the same difference at age 75 in 1981 has been less than three years. During the past 60 years, men have improved their life expectancy at birth by an average of 2.6 months per year while women have increased their's by 3.7 months. At age 75, the average improvement for men has been 0.28 months per year while for women it has been three times as much, 0.78 months.

Entropy

Another interesting and informative way of looking at the phenomenon of rectangularization is to observe the temporal variations in the values of H, the entropy or information (Keyfitz). H_a is defined by Keyfitz as:

$$H_a = - \frac{\int_a^w \log (l_x) \cdot l(x)dx}{\int_a^w l(x)dx}$$

where a is the initial age and w is the terminal age, and $l(x)$ is the life table survivor-column employed in the survival curves of charts 1 to 5. As stated by Keyfitz, what the index H_a measures, quantitatively, is the percentage improvement in the expectation of life at age a, if 1 percent improvement in mortality, or age-specific death rates, takes place at all ages a and above.

As the number of survivors to older ages has increased and life expectancy at birth improved over the years and decades in Canada, the value of H_o (H at age 0) has decreased. Consequently, the contribution of the proportional improvement in the age-specific mortality rates on the expectation of life has diminished correspondingly.

TABLE 4
Entropy (H) Values, Canadian Life Tables, 1921, 1951 and 1981

	Males	e^o_o	Females	e^o_o
1921	0.302826	58.84	0.282605	60.60
1951	0.193278	66.41	0.161395	70.90
1981	0.144227	71.85	0.112732	79.04

Table 4 gives the values of H with respect to Canadian life tables for men and women for the years 1921, 1951 and 1981. In Charts 11 to 15, the values of H are plotted against age for the years 1921, 1951 and 1981 for both men and women. The curves in these charts present a sort of mirror image of the survival curves shown in charts 1 to 5. The process of rectangularization may clearly be observed: the curve is being pulled towards the lower values of H at older ages as the proportion of survivors to older ages increases.

The curve of H against age, plotted for both men and women, obviously highlights the differences in the number of survivors at older ages. H values are consistently smaller for women than for men, reflecting the relative difference, in favour of women, in the survival probabilities and life expectations at various ages.

Maximum Average Life Span

The concept and definition of H points towards a way to derive an approximate measure of an average maximum life span. If a 1 percent decline in the age-specific mortality rates across the board increases the life expectancy by H per cent, one could argue that, at least theoretically, a 100 percent

elimination of the age-specific death-rates would improve life expectancy by 100 H percent. This would approximately give the estimate of the average maximum life-span in the absence of disease. Though it is tempting to put forth, this sort of argument may not be correct to assume a straightforward relationship between the improvement of mortality and the increase in the expectation of life, since at a higher percentage of improvement in age-specific death rates the approximations employed for H may not hold true. More than one method, however, could be employed to derive the estimation of average maximum life span.

For example, the H values at age zero for Canadian men and women for 1981 were 0.1442 and 0.1127 respectively. 100H percent would give the maximum improvement of 14.42 percent for men and 11.27 percent for women. Applying these percentages to the expectations of life at birth of 71.9 years for men and 79.0 years for women gives an estimate of the average maximum life span of 82.3 years for men and 87.9 years for women. A simple average for both sexes would give an estimate of 85.1 for the average maximum life span.

Another method to estimate the average maximum life span is projecting the <u>total life expectancies</u> at two age points and finding out the value at the intersection (Fries).

If the total expectancies at ages 20 and 65 are projected on the assumption that the average of the increases for these ages for the past 60 years will continue in the future, the estimates of the average maximum span for men and women turn out to be very close to that estimated earlier: 82.7 for men and 87.5 for women. The simple average for both sexes would be 85.1 years.

Following are the equations for deriving these values:

$$\text{for men} \begin{cases} E_m = 73.40 + 0.075\ X \\ E_m = 79.57 + 0.025\ X \end{cases}$$

and

$$\text{for women} \begin{cases} E_m = 80.16 + 0.185\ X \\ E_m = 83.93 + 0.090\ X \end{cases}$$

where X is the year and E_m the average maximum life span.

The charts 16 and 17 show that the curves at age 20 and 65 intersect at about the year 2021 for women and 2105 for men.

Almost identical results are obtained for the average maximum life span for Canadian men and women using H or the method of projected total life expectancies (at ages 20 and 65). This may be important and worth taking into consideration in projecting mortality in the future.

Fitting of Curve to H

Since H is extremely important as an index for measuring the rectangularization, an attempt was made to fit a curve to the values of H against the expectation of life at different ages. Several functions were tried, and the following offered the best fit:

$$H_x = A + B\ \frac{1}{E_x} + C\left(\frac{1}{E_x}\right)^2$$

The table 5 shows the fitted and the observed H values for Canada for men and women 1980-82: Charts 18 and 19 give the curves of H against the reciprocal of E_x for Canada, 1981, males and females.

The curve

$$E_x = A + B\ \frac{1}{H_x} + C\left(\frac{1}{H_x}\right)^2$$

also gives an excellent fit for the expectations of life. Table 6 gives the observed and fitted E_x values for Canada, 1981, with respect to men and women, for 1981.

The fitting of the curve was performed by the Method of Least Squares. The implication of the function and the importance of the parameters are currently being examined for further analysis and in the context of life table modelling.

IMPLICATIONS AND CONCLUSIONS

The continuous and differential rectangularization of the survival curve has significant implications for the Canadian society in terms of health care utilization, provisions for the old and the very old, homes for the aged, recreation facilities for the elderly, shifts of population to warmer climates and so on. For example, with respect to one aspect of health care services - the hospital in-patient service, the hospital morbidity data for Canada (Nair) for the past two decades throw important light on the directions and trends in the utilization (Table 7).

The population for both males and females increased, during the period 1961-81, by 70 and 76 percent for the age groups 65+ and 75+. While the hospital in-patient days increased by 132 and 162 percent respectively for the age groups 65+ and 75+; with respect to all age groups, the increase in the patient days was 44 percent. The average number of hospital days per person increased by 36.5 percent for those 65+ and 48 percent for those 75+. The number of cases of separations from the hospital increased by 124 and 131 per cent for the age groups 65+ and 75+ respectively. The average number of hospital days per separation registered in 1981 was 26 days for those 65+ and 33.5 days for those 75+.

The increasing number of elderly as a consequence of the increased rectangularization is likely to be associated with greater utilization of health care facilities and services; this would have important societal consequences in the long run, especially if it is not correspondingly accompanied by the compression of morbidity - the compression of morbidity is equivalent to the prolongation of disease-free state at the older ages so that the period of ill health prior to death is significantly minimized.

Moreover, as the degenerative diseases like cardiovascular and cancer are successfully treated and effective preventive measures to eliminate or postpone the onset of these diseases are instituted, it is likely that more and more people will tend to live longer and perhaps healthier lives. This affects a whole set of social concerns in addition to the health care areas,

such as retirement age, second careers or career after retirement etc. The phenomenon of increasing rectangularization along with other emerging demographic and epidemiologic developments provides an important prospective look at the future population profile and emerging societal concerns.

TABLE 5
FITTED AND OBSERVED A H VALUES FOR MEN AND WOMEN, CANADA, 1980-82

Canada, Males, 1980-1982

A = 0.011700 B = 9.510665 C = 0.395607

Fitted equation is $H_x = A + B(1/EX)+C(1/EX)^{**2}$

Canada, Females, 1980-1982

A = 0.013842 B = 8.084172 C = -4.153461

Fitted Equation is $H_x = A + B(1/EX)+C(1/EX)^{**2}$

Observed H	Estimated H	EX	Age	Observed H	Estimated H	EX
0.144227	0.144145	71.85	0	0.112732	0.115456	79.04
0.146247	0.144552	71.63	1	0.114168	0.115992	78.70
0.154238	0.152062	67.80	5	0.119823	0.121119	74.34
0.165450	0.162979	62.91	10	0.127663	0.128596	69.93
0.178431	0.175710	58.03	15	0.136609	0.137212	65.01
0.193609	0.189975	53.39	20	0.146932	0.147094	60.15
0.211123	0.206797	48.79	25	0.158895	0.158723	55.28
0.231576	0.227516	44.1[illegible]	30	0.172968	0.172544	50.42
0.256204	0.253404	39.39	35	0.189793	0.189205	45.58
0.286765	0.285953	34.72	40	0.210286	0.209535	40.79
0.325647	0.327371	30.17	45	0.235624	0.234593	36.10
0.376252	0.380782	25.81	50	0.267460	0.266060	31.53
0.443304	0.450213	21.73	55	0.308165	0.306178	27.13
0.533618	0.542178	17.97	60	0.361130	0.358648	22.92
0.657131	0.666321	14.57	65	0.431613	0.429307	18.93
0.828696	0.835952	11.58	70	0.528079	0.526741	15.23
1.069610	1.073325	9.00	75	0.663794	0.665422	11.87
1.411273	1.404459	6.87	80	0.860072	0.865249	8.95
1.885025	1.862480	5.18	85	1.142817	1.141801	6.61
2.457720	2.469972	3.91	90	1.494102	1.493349	4.89

TABLE 6
FITTED AND OBSERVED E_x VALUES FOR MEN AND WOMEN, CANADA, 1980-82

Canada, Males, 1980-1982

A = -0.220556 B = 9.625933 C = 0.129142

Fitted equation is EX= A + B(1/H_x)+C(1/H_x)**2

Canada, Females, 1980-1982

A = -0.999890 B = 8.473822 C = 0.070512

Fitted Equation is E_x = A + B(1/H_x)+C(1/H_x)**2

Observed E	Estimated E	H	Age	Observed E	Estimated E	H
71.85	72.73	0.144227	0	79.04	79.72	0.112732
71.63	71.64	0.146247	1	78.70	78.63	0.114168
67.80	67.62	0.154238	5	74.84	74.63	0.119823
62.91	62.68	0.165450	10	69.93	69.70	0.127663
58.03	57.78	0.178431	15	65.01	64.81	0.136609
53.39	52.94	0.193609	20	60.15	59.94	0.146932
48.79	48.27	0.211123	25	55.28	55.12	0.158895
44.11	43.75	0.231576	30	50.42	50.35	0.172968
39.39	39.32	0.256204	35	45.58	45.61	0.189793
34.72	34.92	0.286765	40	40.79	40.89	0.210286
30.17	30.56	0.325647	45	36.10	36.23	0.235624
25.81	26.28	0.376252	50	31.53	31.67	0.267460
21.73	22.15	0.443304	55	27.13	27.24	0.308165
17.97	18.27	0.533618	60	22.92	23.01	0.361130
14.57	14.73	0.657131	65	18.93	19.01	0.431613
11.58	11.58	0.828696	70	15.23	15.30	0.528079
9.00	8.89	1.069610	75	11.87	11.93	0.663794
6.87	6.67	1.411273	80	8.95	8.95	0.860072
5.18	4.92	1.885025	85	6.61	6.47	1.142817
3.91	3.72	2.457720	90	4.89	4.70	1.494102

TABLE 7
Population and Hospital Morbidity Statistics for the Age Groups 65+ and 75+, Canada, 1961 and 1981

		Age Groups		Total All Age Groups
		65+	75+	
Population (in thousands)				
	1961	1,390.2	501.6	18,200.7
		(7.6)	(2.8)	(100.0)
	1981	2,359.2	882.8	24,274.3
		(9.7)	(3.6)	(100.0)
Percent Increase 1961-1981		69.7	76.0	33.4
Hospital Patient Days (millions)				
	1961	8.8	4.9	29.7
		(29.6)	(16.5)	(100.0)
	1981	20.4	12.8	42.7
		(47.8)	(30.0)	(100.0)
Percentage Increase 1961-1981		131.8	161.2	43.8
Average No. of Hospital Days (per person)				
	1961	6.3	9.8	1.6
	1981	8.6	14.5	1.8
Percentage Increase 1961-1981		36.5	48.0	12.5
Hospital Separations (in thousands)				
	1961	353.2	165.7	2,726.5
		(13.0)	(6.1)	(100.0)
	1981	790.8	382.4	3,570.0
		(22.2)	(10.7)	(100.0)
Percentage Increase 1961-1981		123.9	130.8	30.9

TABLE 7
Population and Hospital Morbidity Statistics for the Age Groups 65+ and 75+, Canada, 1961 and 1981
- concluded -

	Age Groups		Total All Age Groups
	65+	75+	
Average Hospital Days per Separations			
1961	24.9	29.6	10.9
1981	25.8	33.5	12.0
Percentage Increase 1961-1981	3.6	13.1	10.1
Average Number of Separations per 100 Persons			
1961	25	33	15
1981	34	43	15
Percentage Increase 1961-1981	36.0	30.3	0.0

Source: C. Nair, personal communication and information from Hospital Morbidity, Cat. 82-206, Statistics Canada.

References

Fries, James F., Aging, Natural Death, and Compressionof Morbidity, The New England Journal of Medicine, July 17, 1980.

Fries, James F., The Compression of Morbidity, Miscellaneous Comments about a Theme, The Gerentologist, Vol. 24, No. 4, 1984.

Keyfitz, Nathan, A Life Table That Agrees with the Data, The Journal of American Statistical Associations, June 1966.

Keyfitz, Nathan, Applied Mathematical Demography, John Wiley and Sons, 1977.

Keyfitz, Nathan, Improving Life Expectancy, An Uphill Road, American Journal of Public Health, October, 1978.

Nagnur, Dhruva, Longevity and Historical Life Tables, Canada and Provinces, 1921-1981, unpublished manuscript.

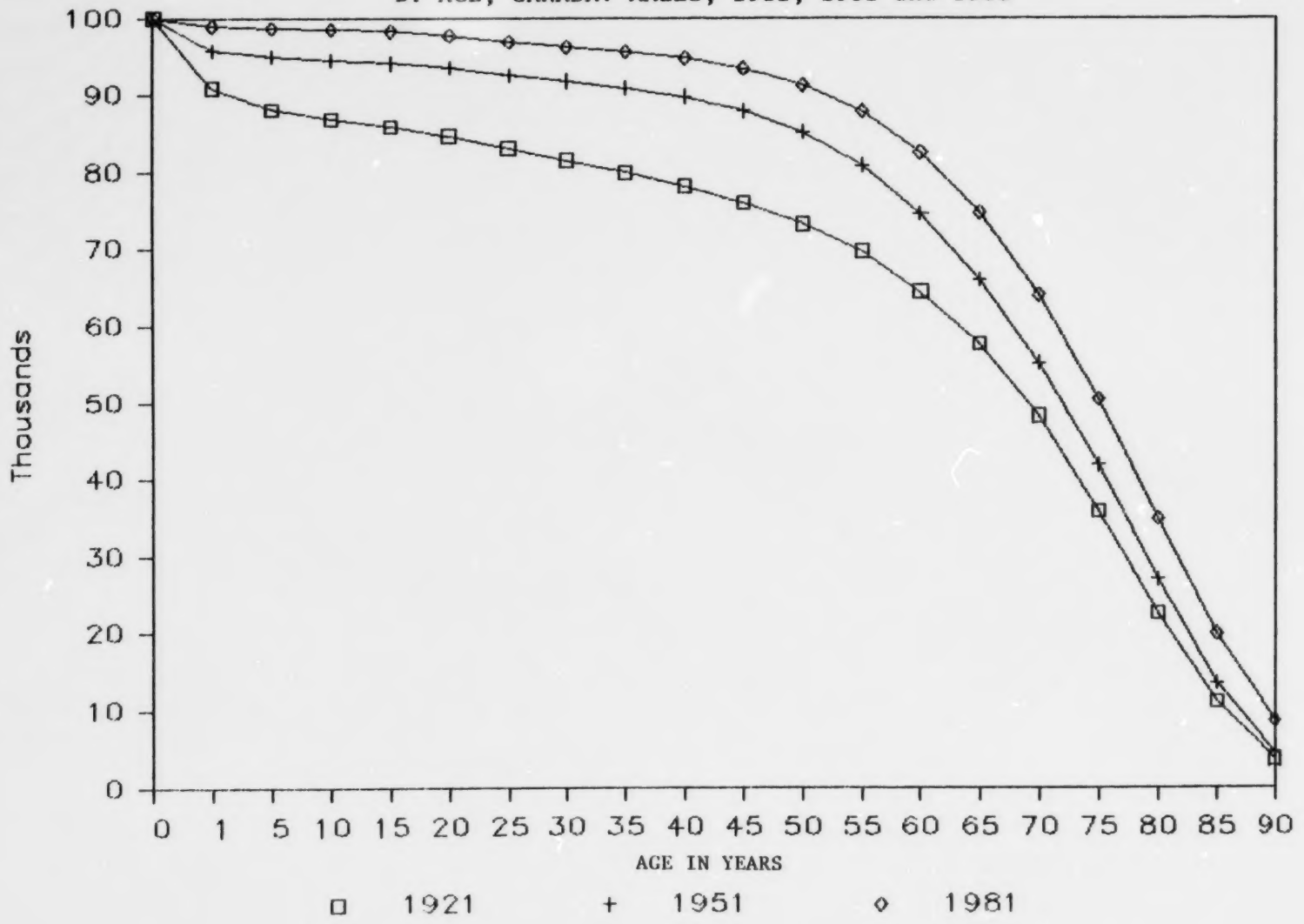
Manton, K.G., Changing Concepts of Mortality and Morbidity in the Elderly Population, Milbank Memorial Fund, Quarterly, 1982.

Myers, George and Manton, Kenneth, Compression of Mortality - Myth or Reality, The Gerentologist, 1984.

Statistics Canada, Hospital Morbidity, Catalogue 82-206, 1984.

Survivors Out of 100,000 Born Alive

BY AGE, CANADA: MALES, 1921, 1951 and 1981

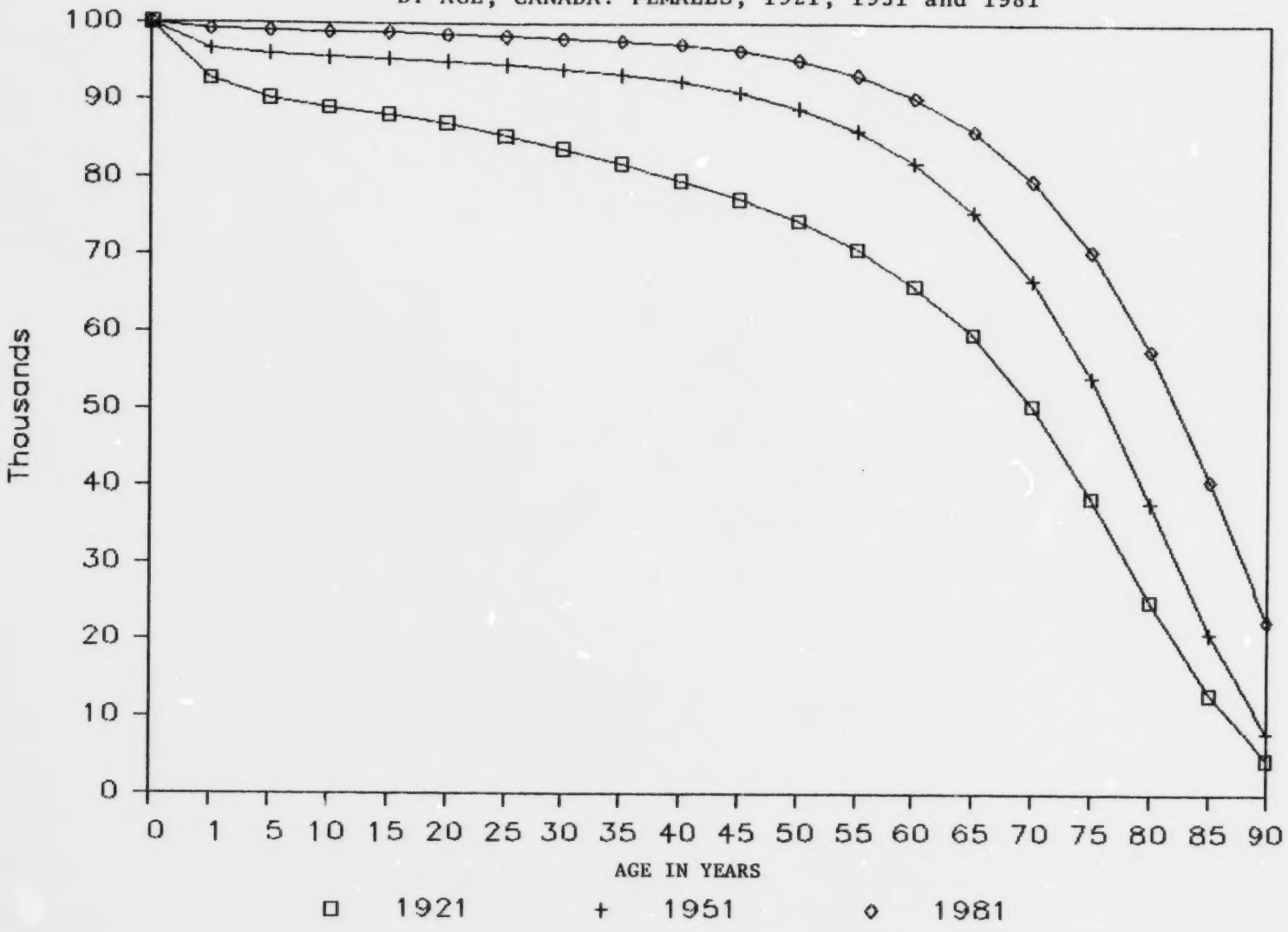


NAG/mcc

Chart 1

Survivors Out of 100,000 Born Alive

BY AGE, CANADA: FEMALES, 1921, 1951 and 1981

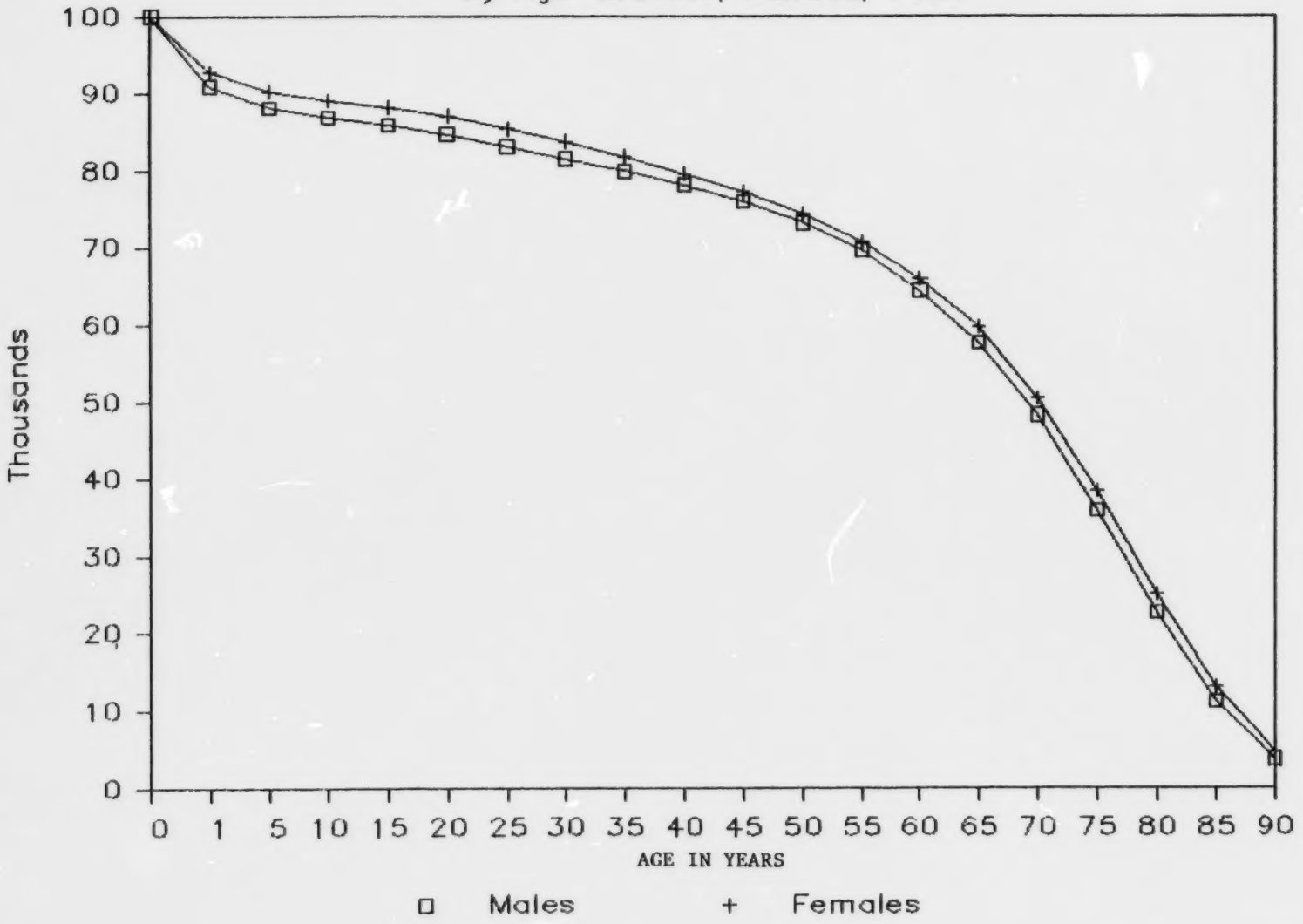


NAG/mcc

Chart 2

Survivors Out of 100,000 Born Alive

by Age and Sex, Canada, 1921

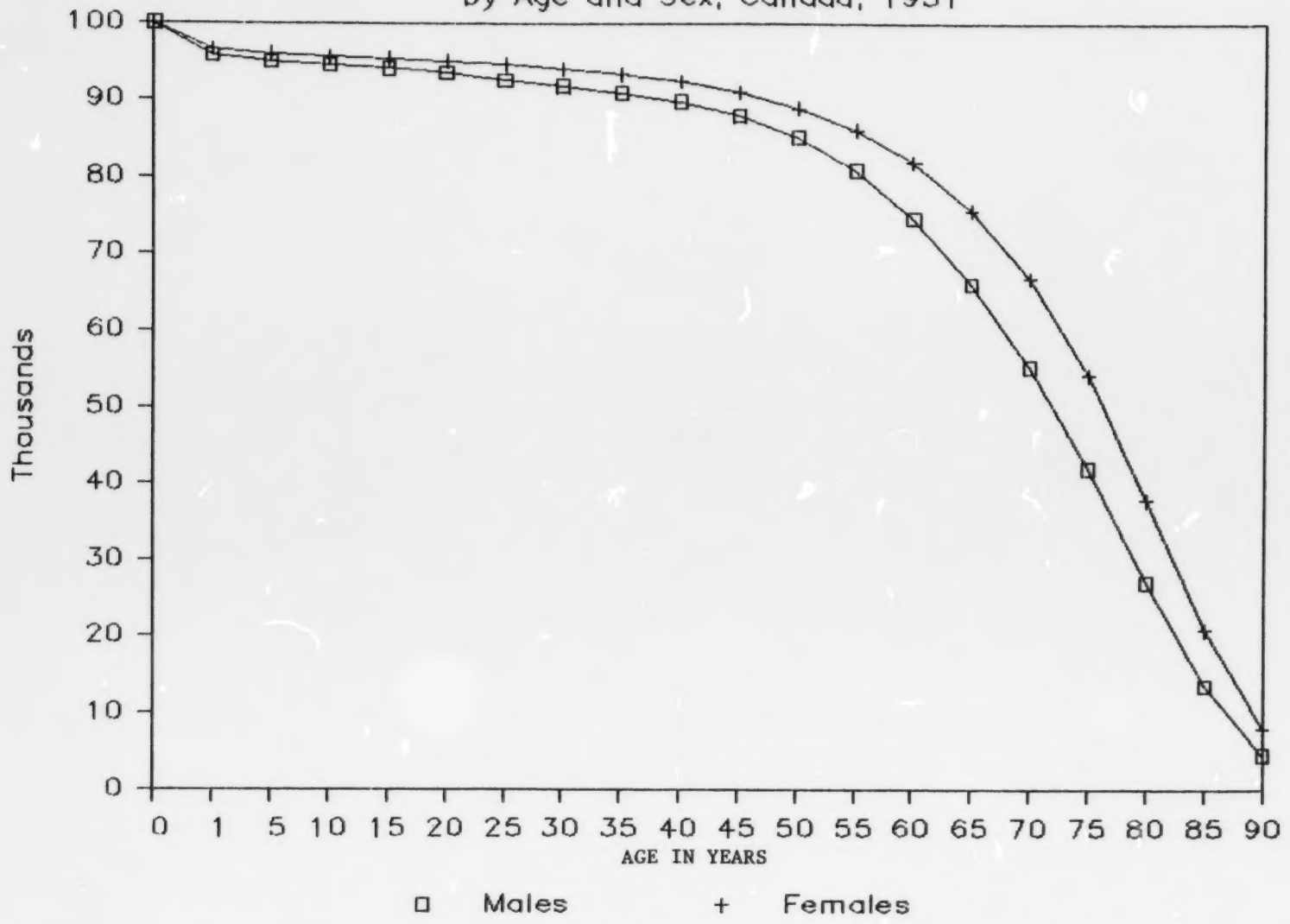


NAG/mcc

Chart 3

Survivors Out of 100,000 Born Alive

by Age and Sex, Canada, 1951

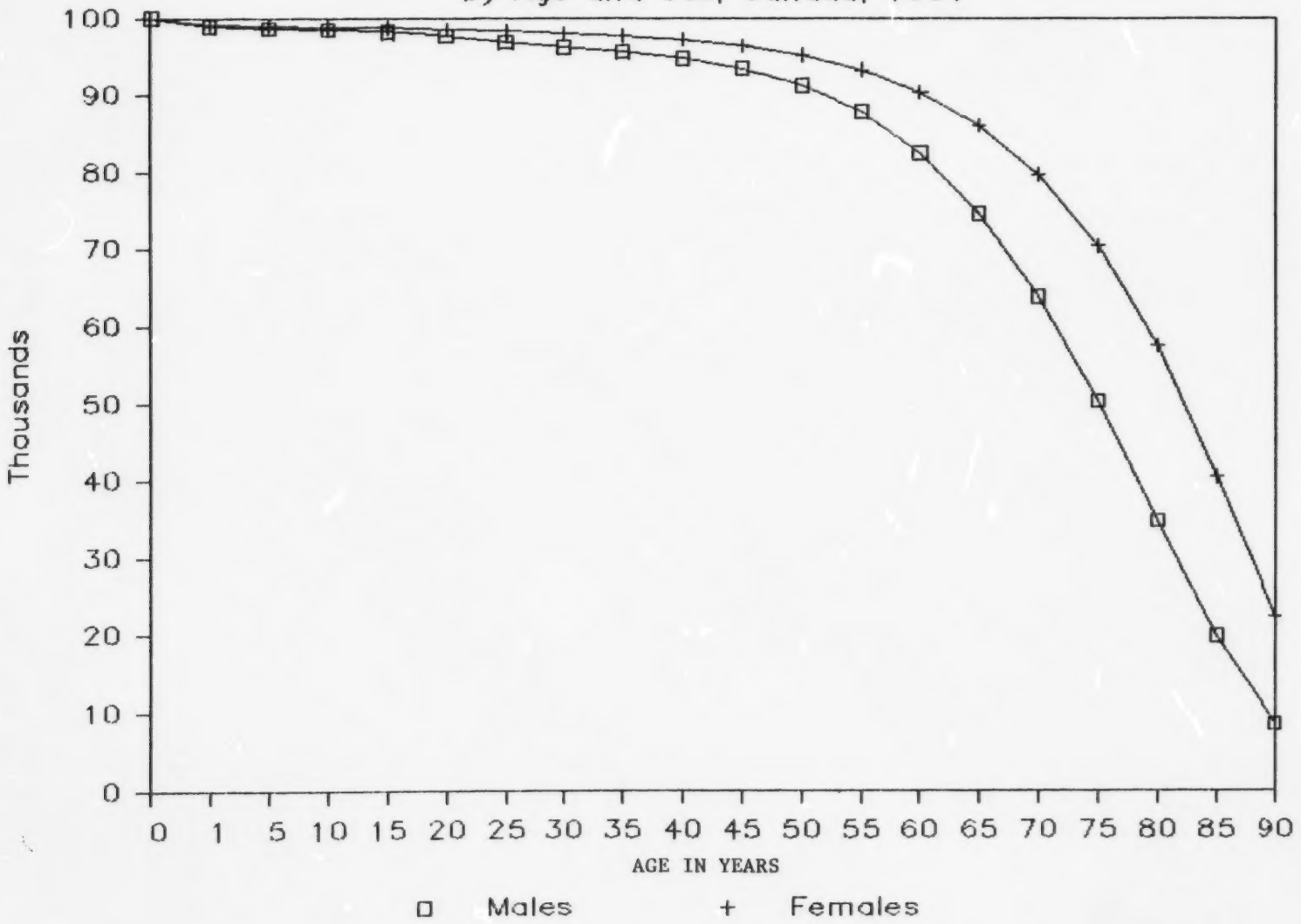


NAG/mcc

Chart 4

Survivors Out of 100,000 Born Alive

by Age and Sex, Canada, 1981

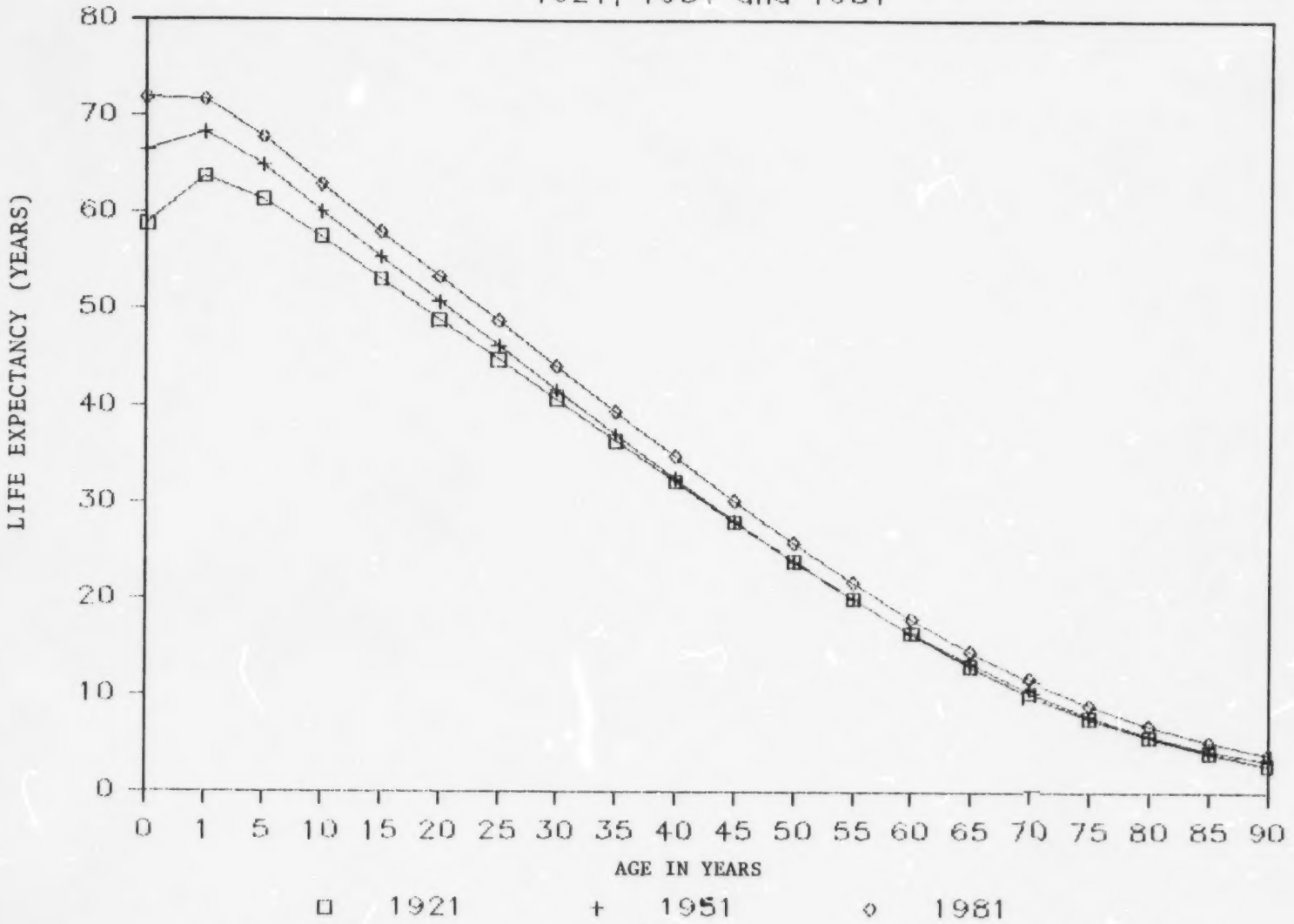


NAG/mcc

Chart 5

Life Expectancy by Age, Canada: Males

1921, 1951 and 1981

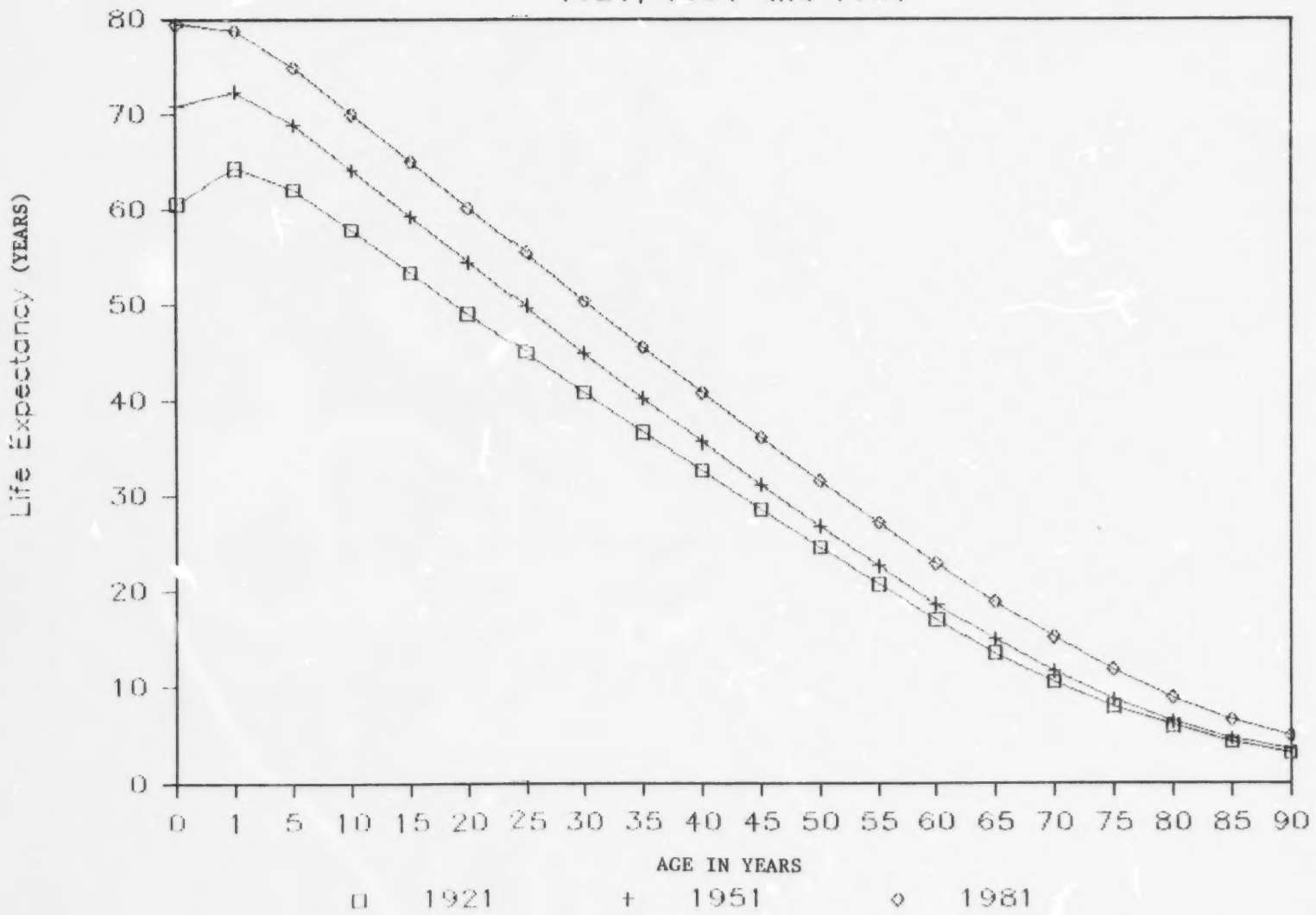


NAG/mcc

Chart 6

Life Expectancy by Age, Canada: Females

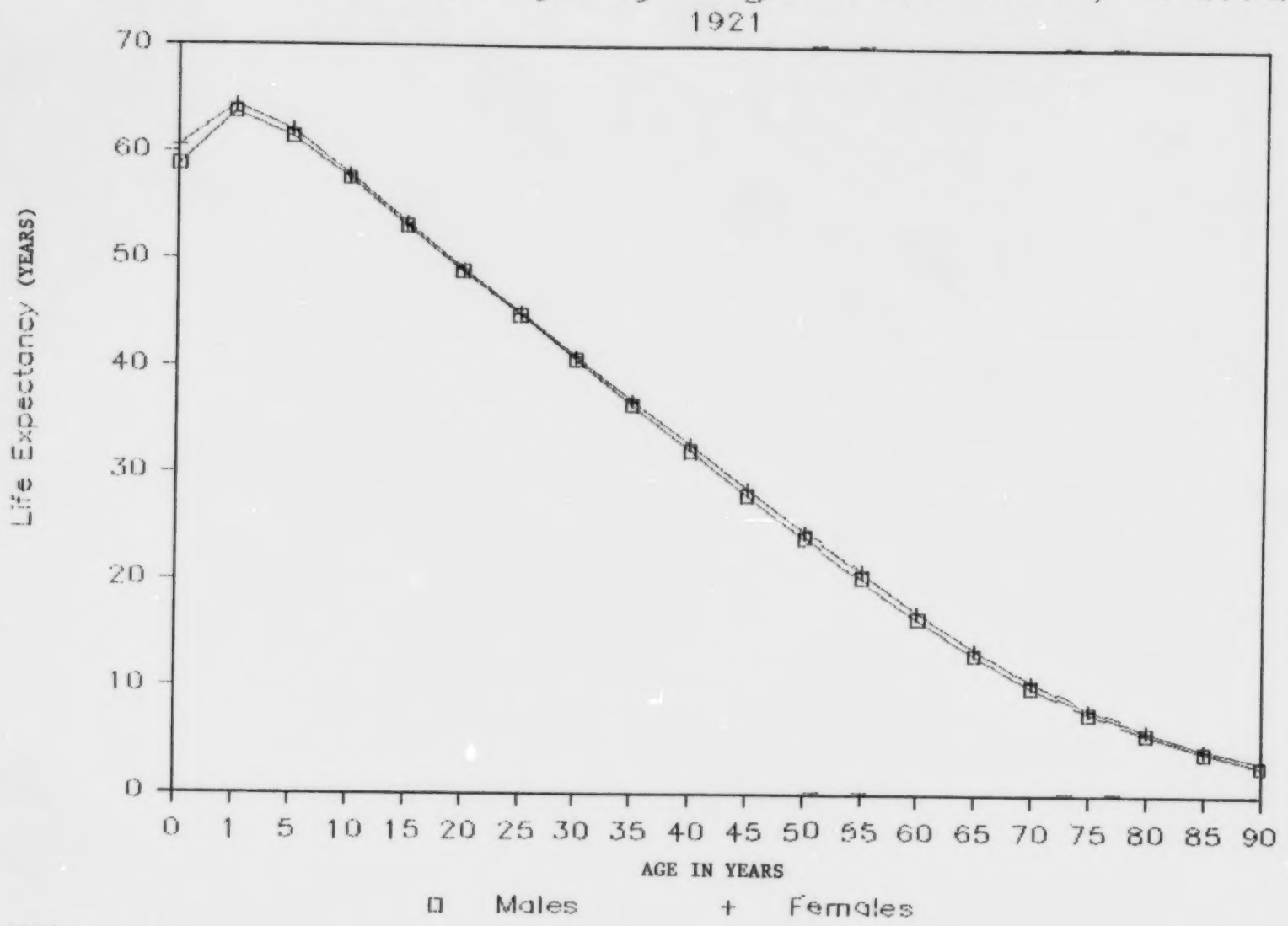
1921, 1951 and 1981



NAG/mcc

Chart 7

Life Expectancy by Age and Sex, Canada

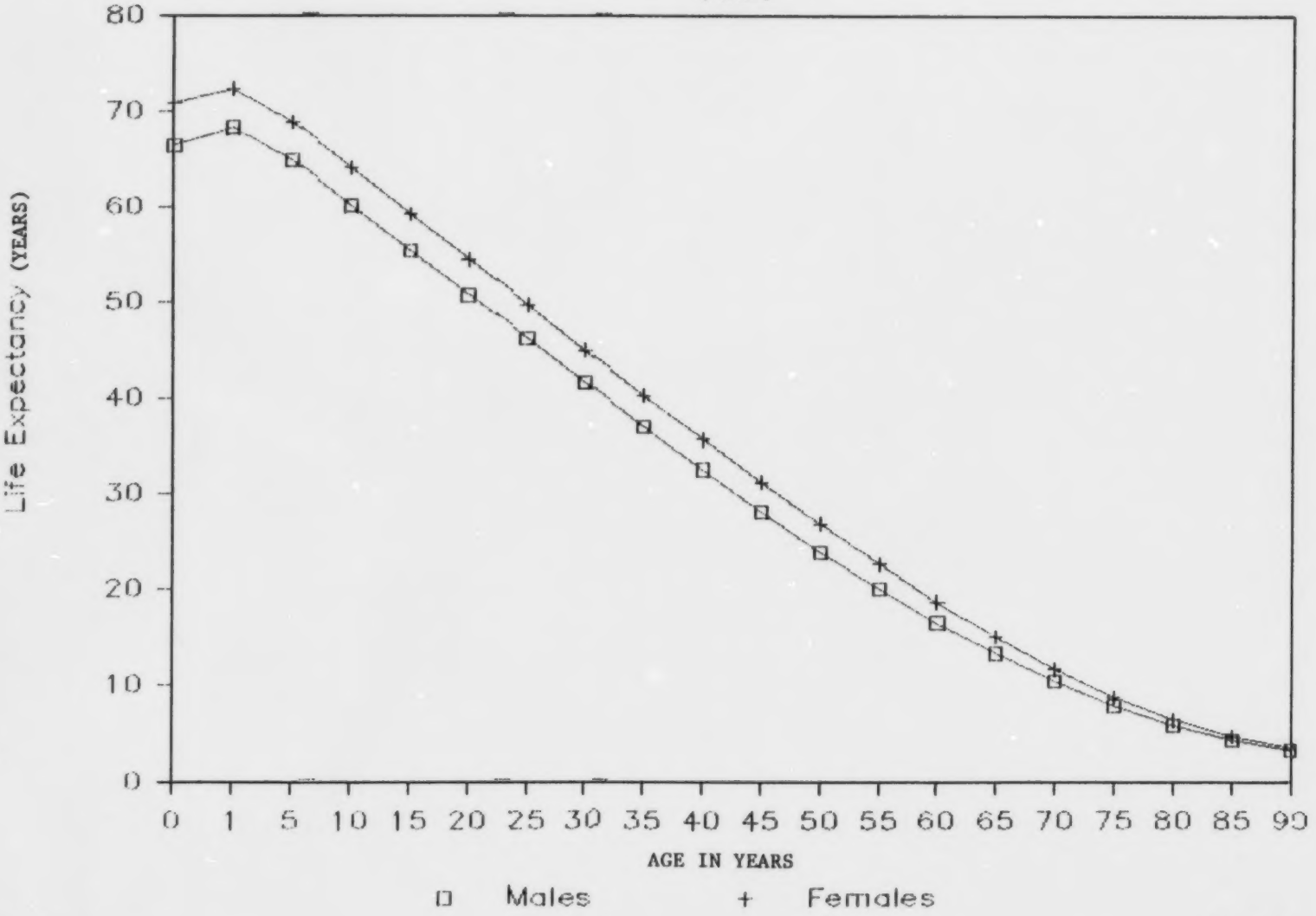


NAG/mcc

Chart 8

Life Expectancy by Age and Sex, Canada

1951

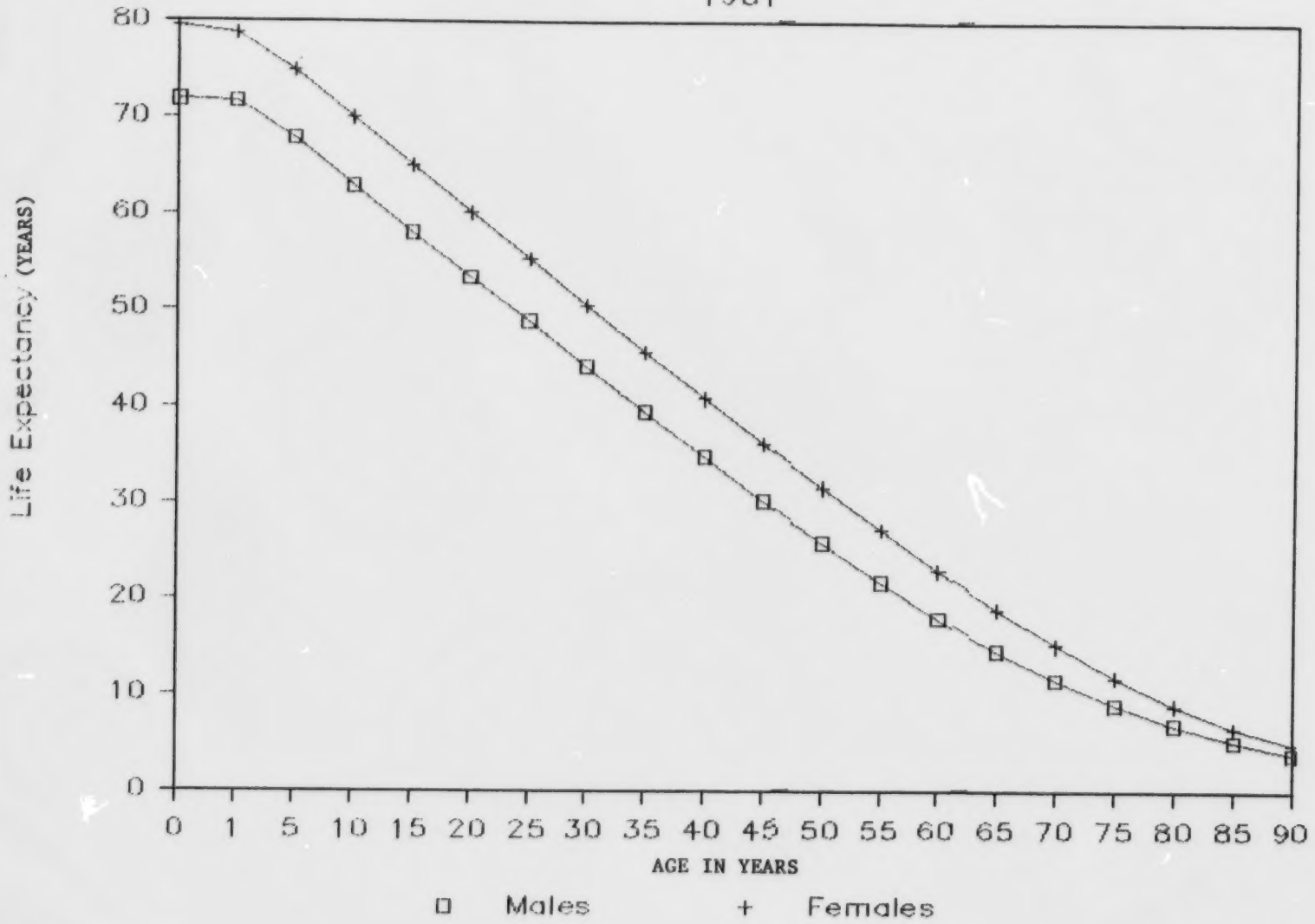


NAG/mcc

Chart 9

Life Expectancy by Age and Sex, Canada

1981

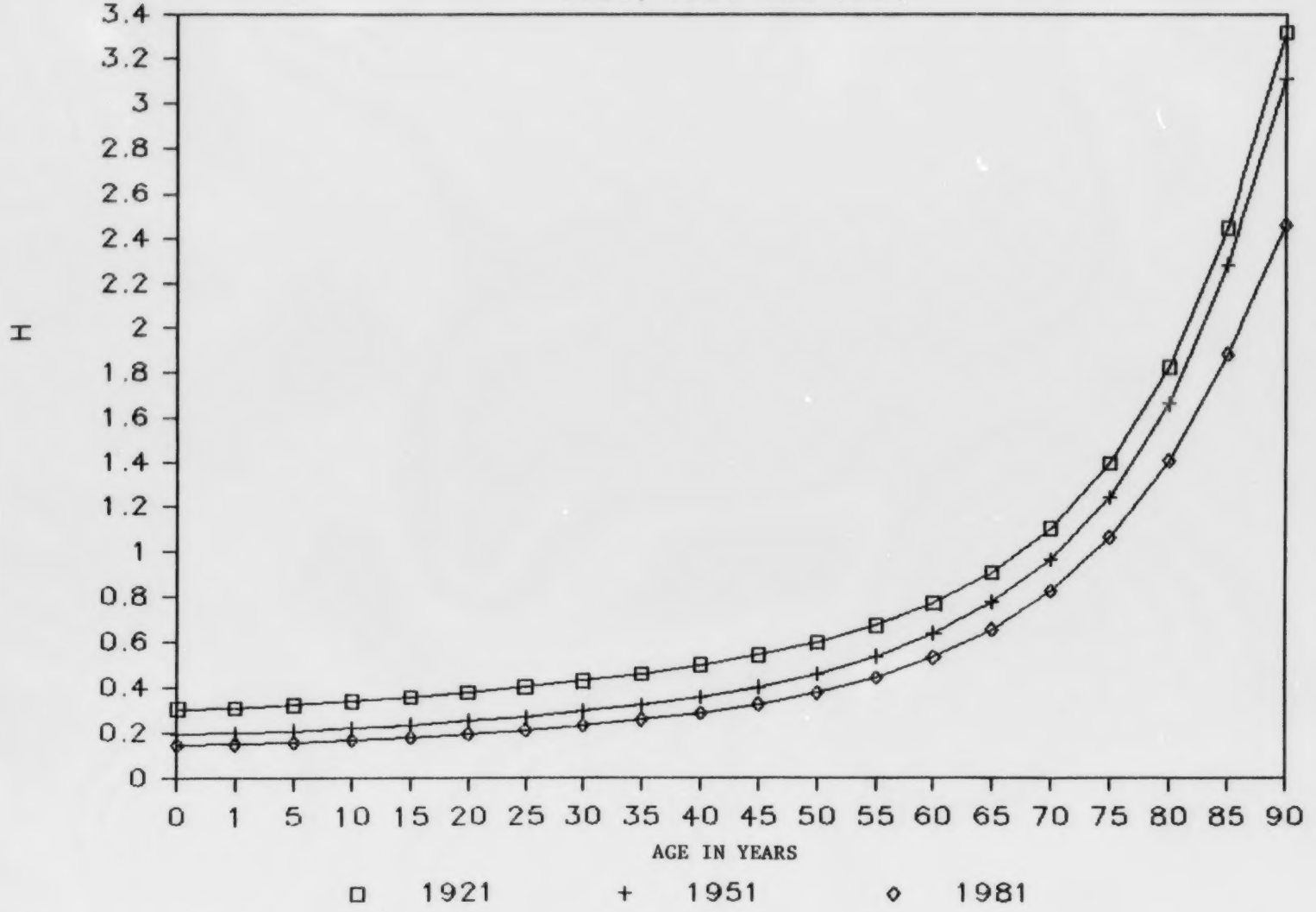


NAG/mcc

Chart 10

Entropy (H) by Age, Canada: Males

1921, 1951 and 1981

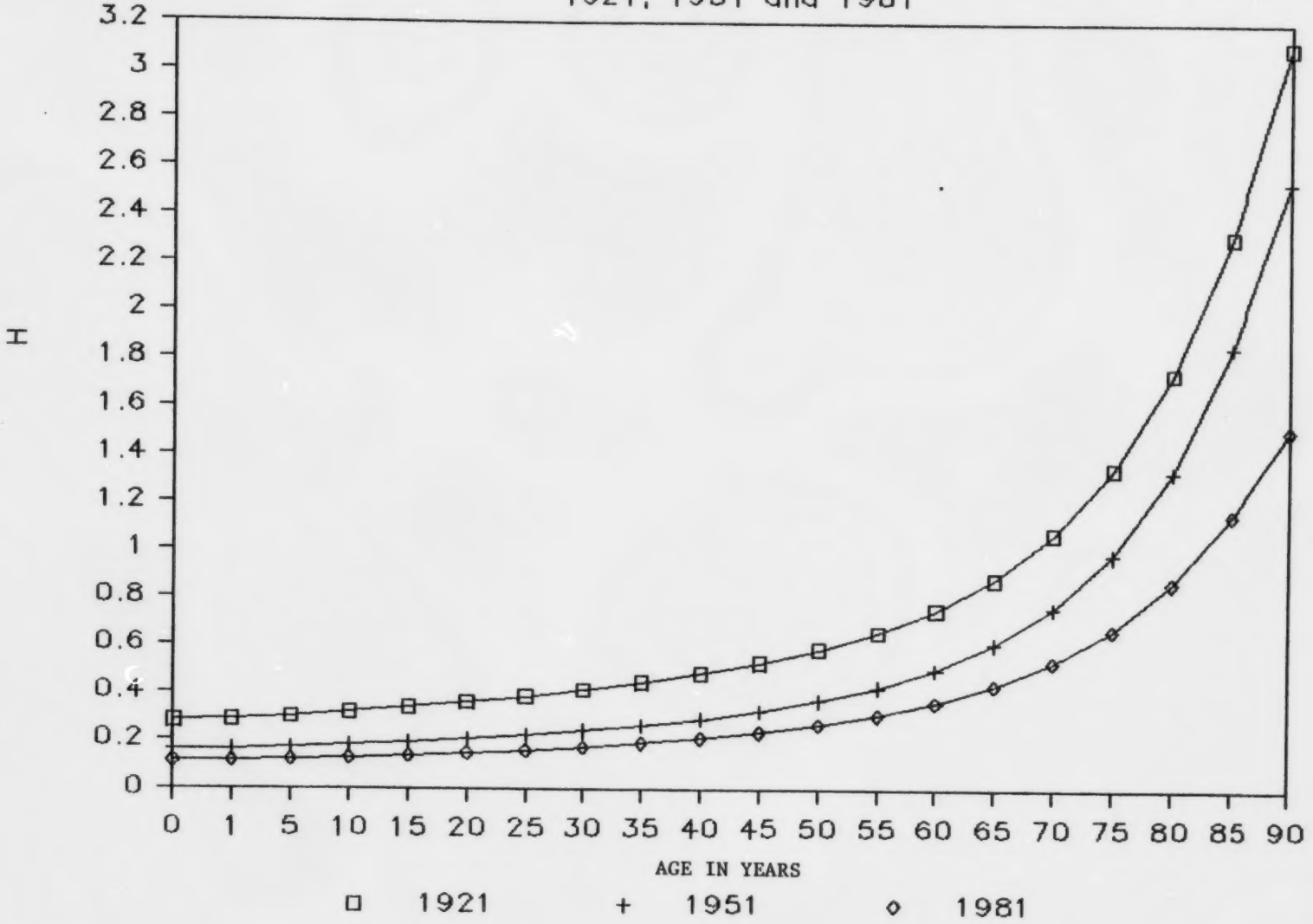


NAG/mcc

Chart 11

Entropy (H) by Age, Canada: Females

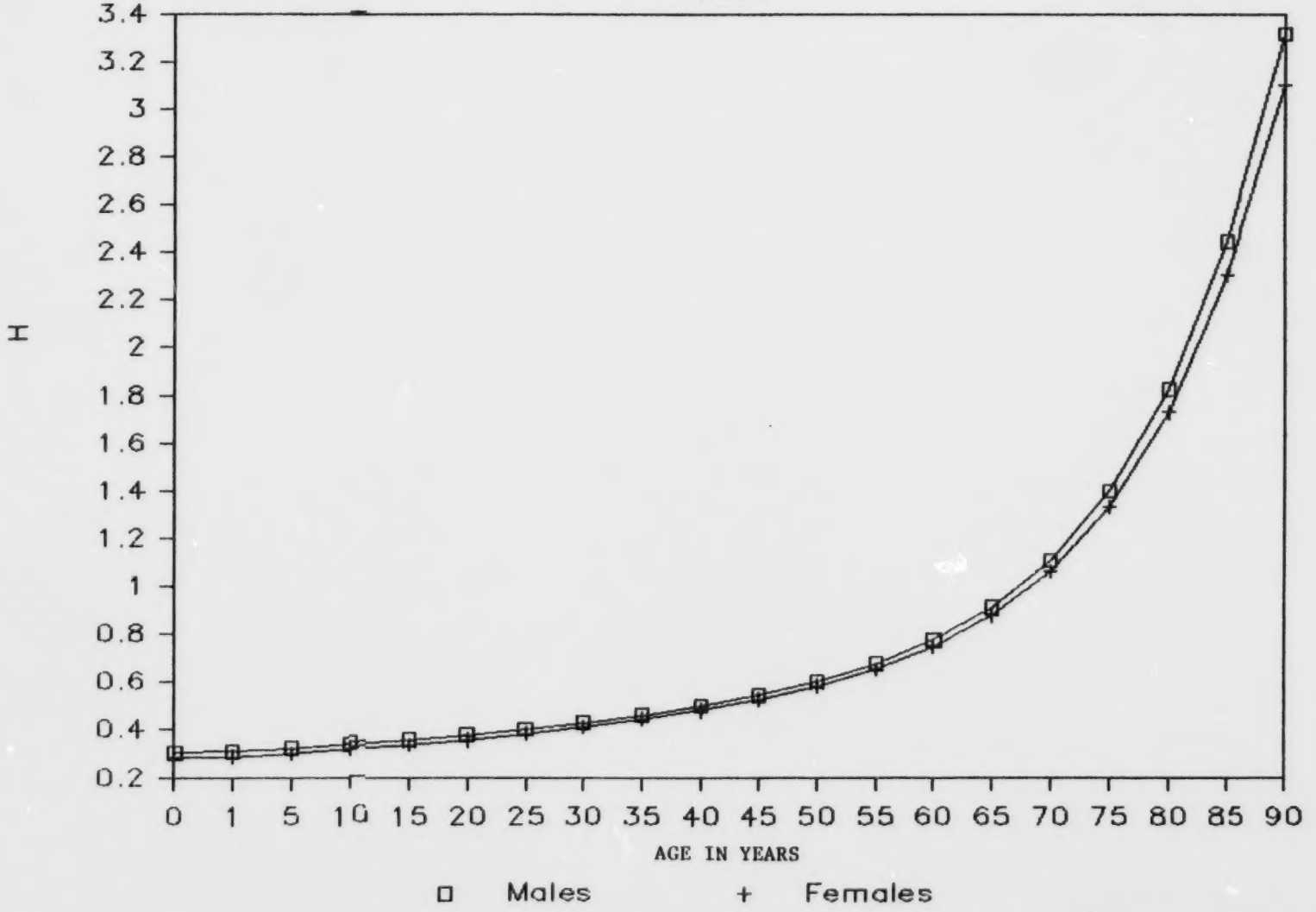
1921, 1951 and 1981



NAG/mcc

Chart 12

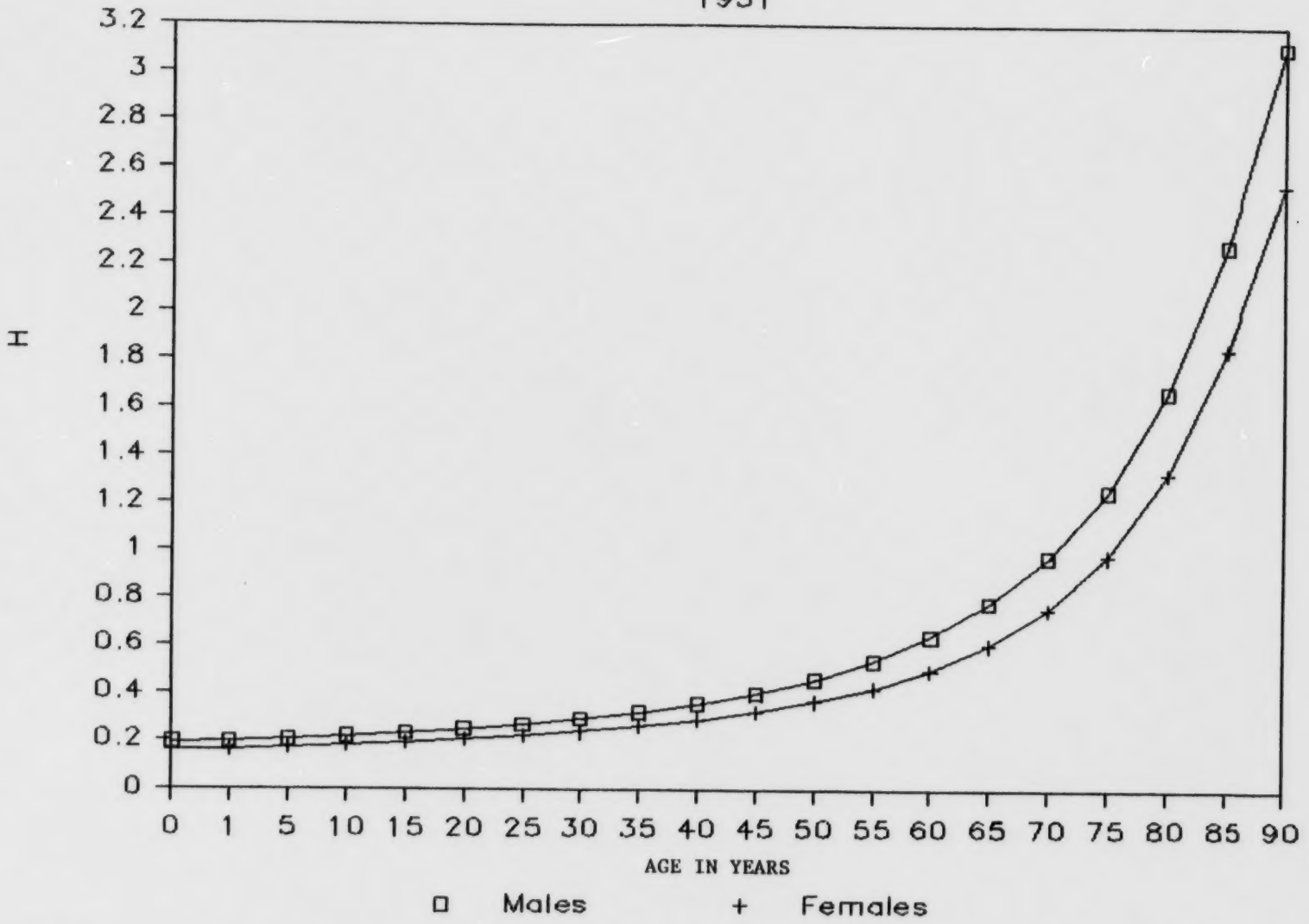
Entropy (H) by Age and Sex, Canada, 1921



NAG/mcc

Chart 13

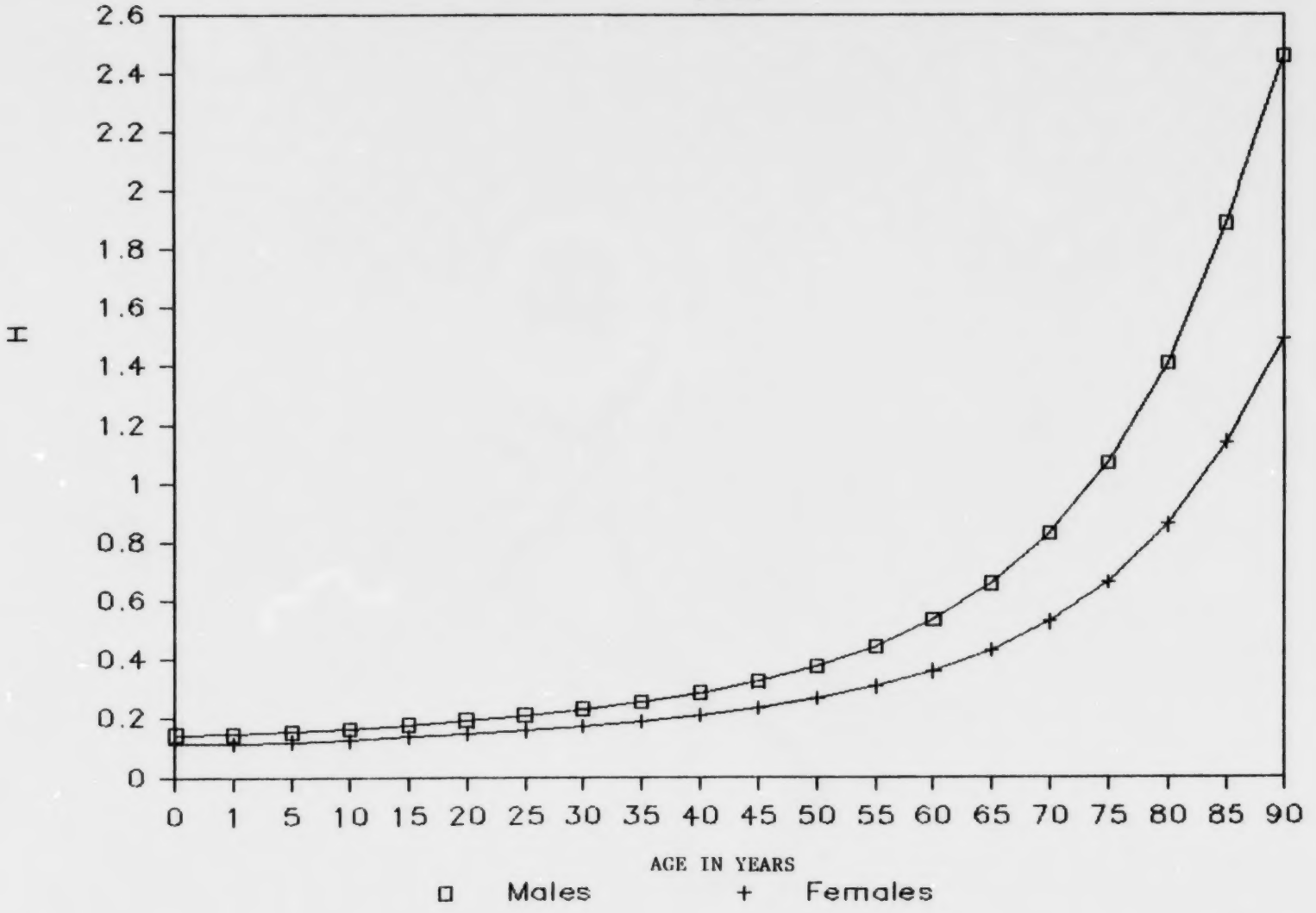
Entropy (H) by Age and Sex, Canada, 1951



NAG/mcc

Chart 14

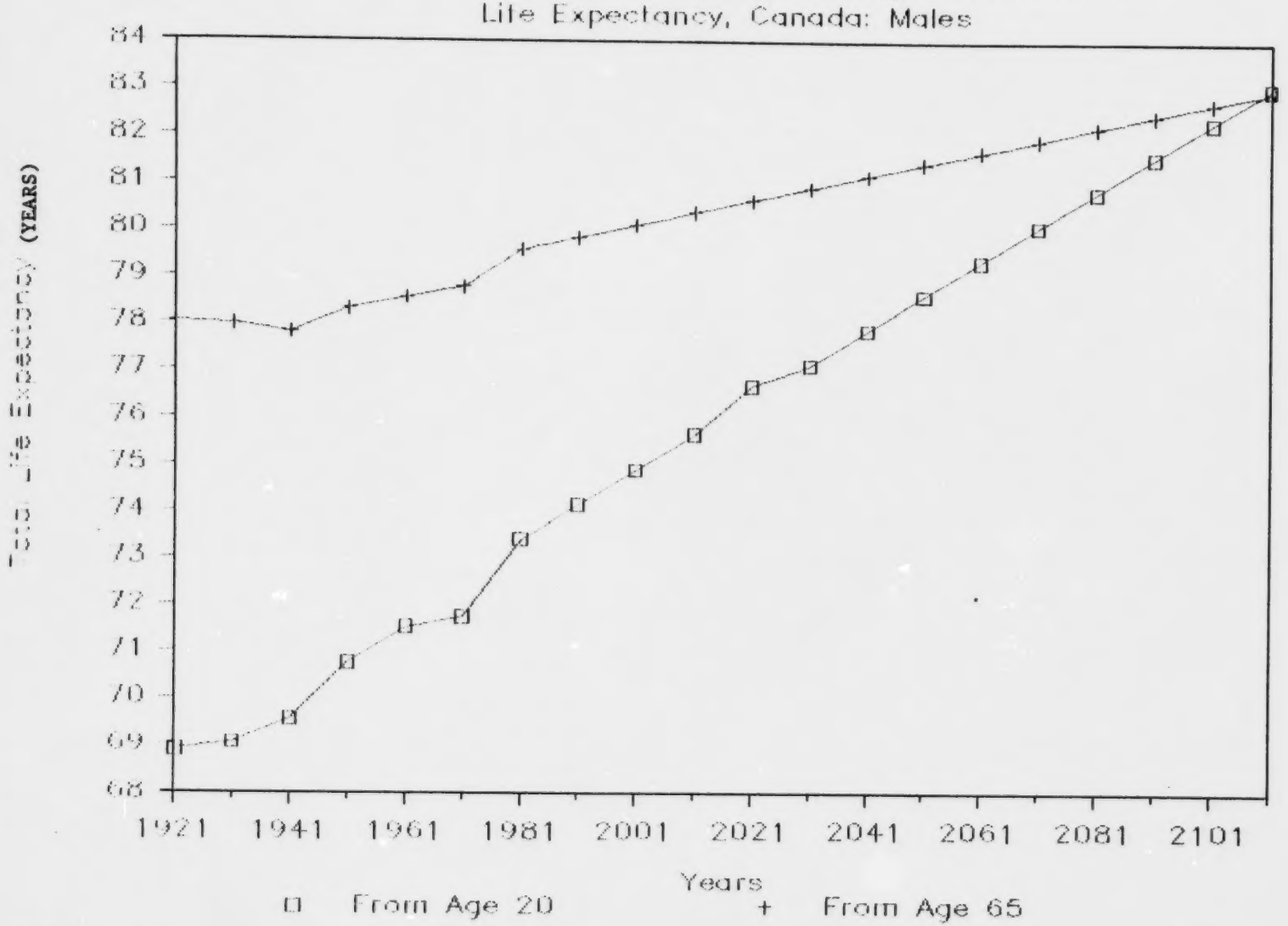
Entropy (H) by Age and Sex, Canada, 1981



NAG/mcc

Chart 15

Trends and Convergences in

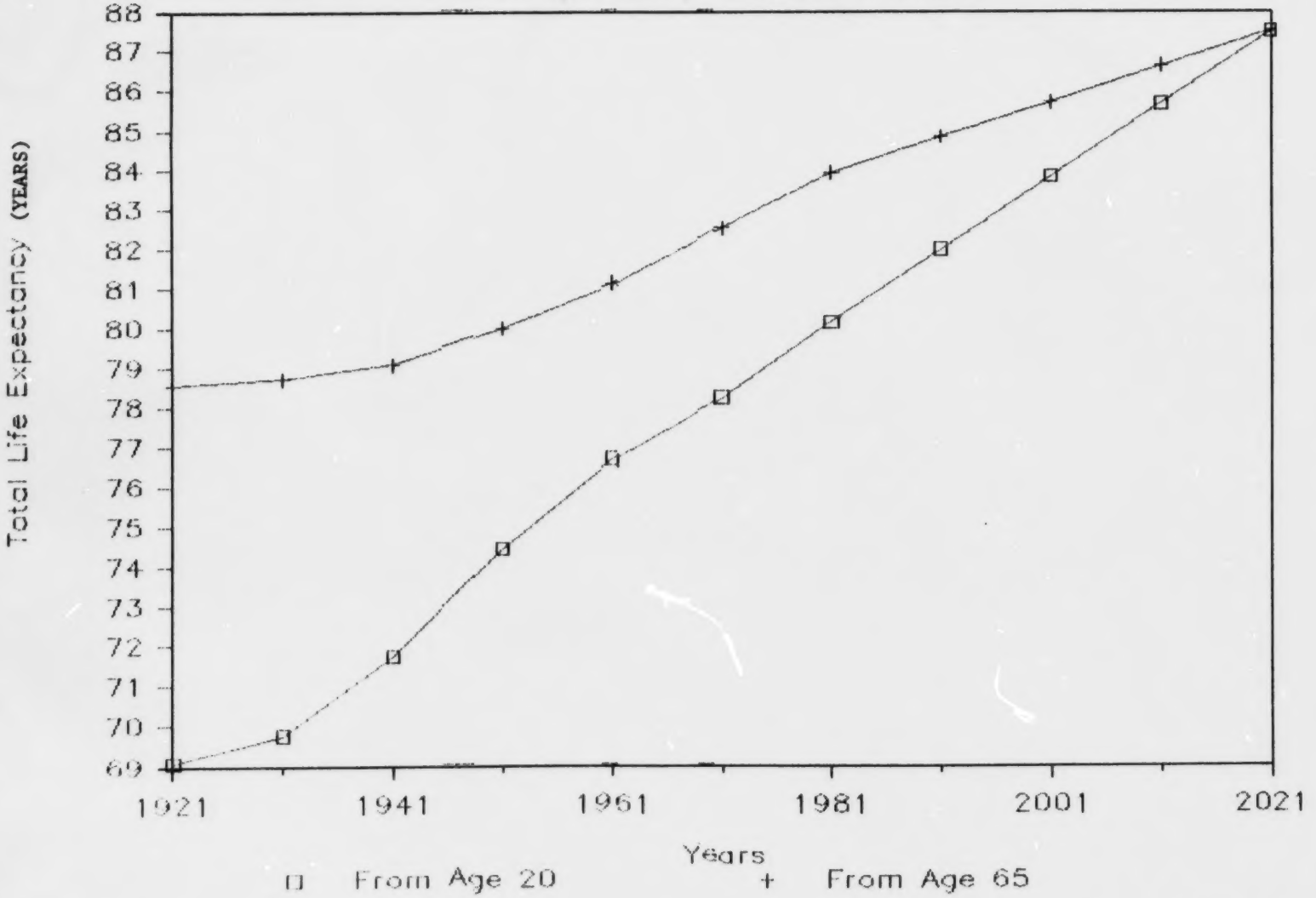


NAG/mcc

Chart 16

Trends and Convergences in

Life Expectancy, Canada: Females

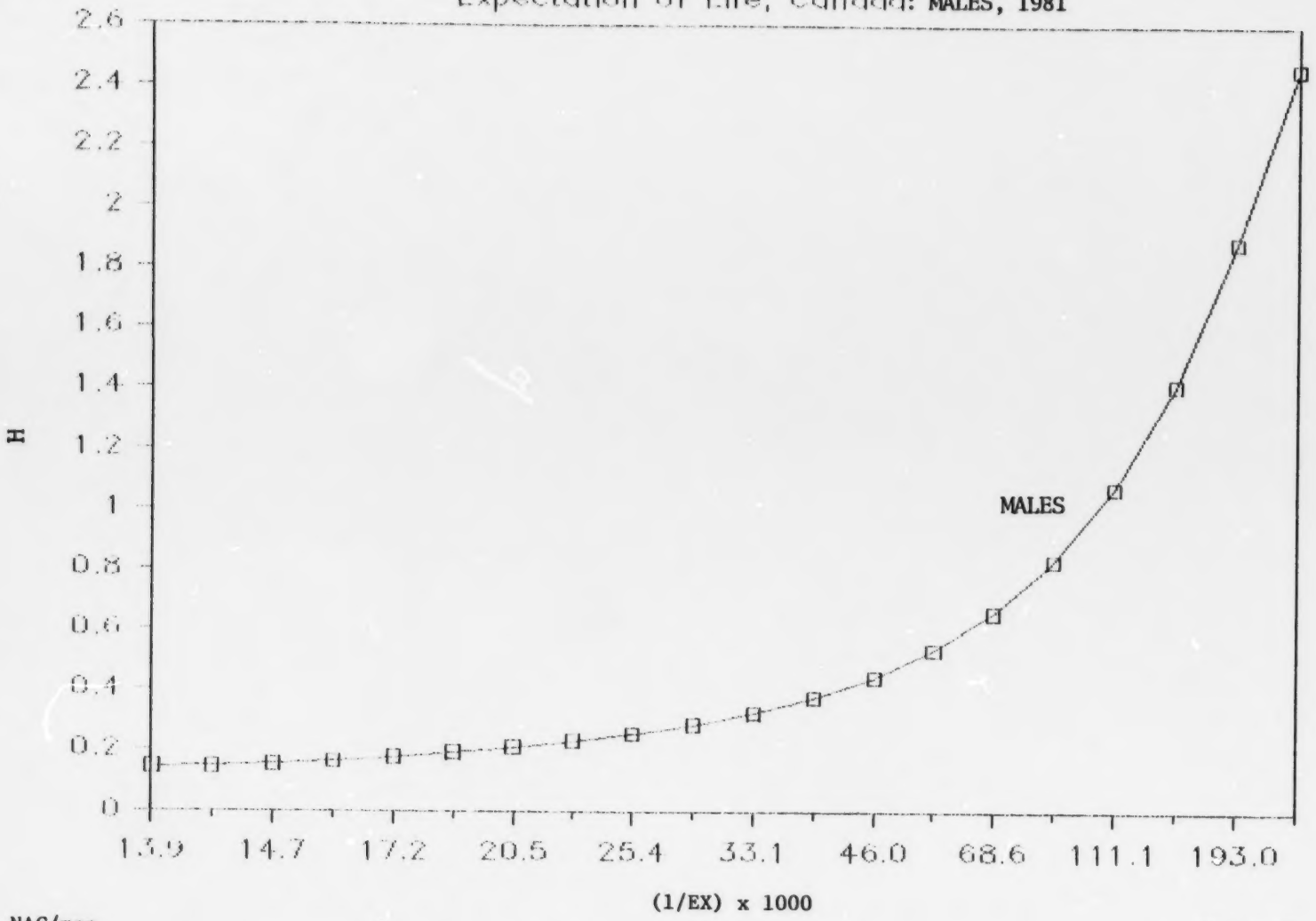


NAG/mcc

Chart 17

Entropy Against the Reciprocal of

Expectation of Life, Canada: MALES, 1981

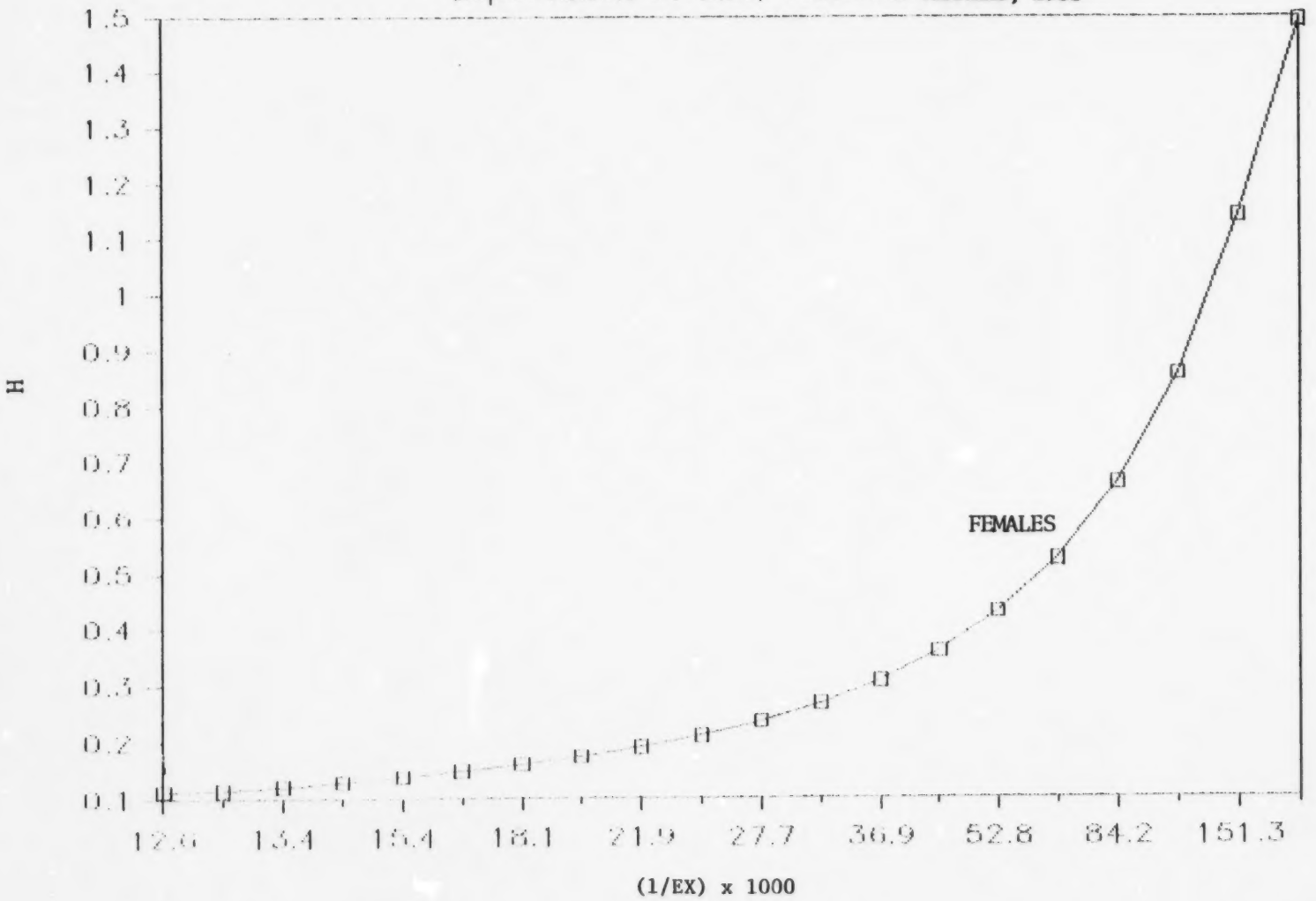


NAG/mcc

Chart 18

Entropy Against the Reciprocal of

Expectation of Life, Canada: FEMALES, 1981



NAG/mcc

Chart 19

SOCIAL AND ECONOMIC STUDIES DIVISION

RESEARCH STUDIES SERIES

No.

1a. Transforming Monthly Uniform Crime Reports to Incident Records
Craig McKie, revision, Summer 1983.

1b. Transformation des données du programme de déclaration uniforme de la criminalité en fonction des données sur les cas
Craig McKie, révision, été 1983

2. The Use of "Fixed Coefficient" Matrices to Relate Occupation and Field of Study to Manpower Requirement Models
Garnett Picot, Spring 1982

3. Inconsistencies in the Occupational Coding of the Same Individual in Two Surveys
John Turner, Spring 1983

4. Sizing Up the Burden of Unemployment in Canada
Part I - A General Labour Market Perspective
R. Paul Shaw, Spring 1984

A revised version of this paper has been published in Canadian Public Policy, Vol. XI, no. 2, June 1985, 143-160.

5. Sizing Up the Burden of Unemployment
Part II - A Perspective on Financial Hardship
R. Paul Shaw, Summer 1984

6. La ruralité québécoise: Evolutions et perspectives
Clermont Dugas, été 1984

A revised version of this paper has been published in Cahiers de géographie du Québec, vol. 28, nos 73-74, avril-septembre 1984, 183-204.

7. Fiscal vs Traditional Market Variables in Intermetropolitan Migration in Canada 1956-1981
R. Paul Shaw, Summer 1984

8. Historical Statistics on Justice
Paul Reed, Summer 1984

9a. Life Table Methodology
Canada and Provinces (1980-1982 cycle)
Dhruva Nagnur, Fall 1984

9b. Méthode de calcul des tables de mortalité
Canada et provinces (cycle 1980-1982)
Dhruva Nagnur, automne 1984

10a. Heterogeneity and Selection in Population Analysis
Nathan Keyfitz, Fall 1984

10b. Hétérogénéité et effet de sélection dans l'analyse des populations
Nathan Keyfitz, automne 1984

11. The Industrial Mix of Employment: How and Why it Changes A Review of the Past Three Decades
W. Garnett Picot, Spring 1985

12a. Analyse de la mobilité linguistique: indices, observations et modèles
Réjean Lachapelle, printemps 1985

12b. Analysis of Language Mobility: Indexes, Observations and Models
Réjean Lachapelle, Spring 1985

13a. An Analysis of Expenditure Patterns of the Elderly: Cohorts - Going Through Life Together
Louise Heslop, Spring 1985

13b. Analyse des dépenses des personnes âgées: cohorte, âge et période
Louise Heslop, printemps 1985

14a. Note de recherche - La composition linguistique: réalité et perception
Réjean Lachapelle, printemps 1985

14b. Research Note - Linguistic Composition: Perception and Reality
Réjean Lachapelle, Spring 1985

15a. Rectangularization of the Survival Curve and Entropy The Canadian Experience
Dhruva Nagnur, Summer 1985

16a. Sizing up the Burden of Unemployment in Canada Part III: Impact of Unemployment on Family Income
Paul Shaw, Summer 1985

Y-019 F
c.2.

RECTANGULARISATION DE LA COURBE DE SURVIE ET ENTROPIE
LA SITUATION DU CANADA, 1921-1981

par

Dhruva Nagnur*

Statistique Canada
Document de recherche n° 15

juillet 1985

* Les opinions formulées dans ce document appartiennent à l'auteur et ne représentent pas nécessairement celles de Statistique Canada.

L'auteur exprime sa reconnaissance en particulier à Mlle Marie-Claire Couture, de la Division des études économiques et sociales, pour l'aide qu'elle lui a apportée.

RÉSUMÉ

Lorsqu'il est apparu dans les courbes de survie, le phénomène de la rectangularisation a été associé à l'accroissement de la probabilité de survie aux âges les plus avancés et à l'amélioration générale de l'espérance de vie. Ce qui s'est passé au Canada pendant les six dernières décennies offre une nouvelle preuve de l'existence de ce phénomène. Les valeurs de l'entropie (H) ainsi que la projection des espérances de vie totales à deux âges différents donnent la même "durée de vie maximale moyenne", cette conclusion valent aussi bien pour les hommes que pour les femmes. Le présent document cherche également à exprimer H sous la forme d'un polynôme du deuxième degré dont l'inconnue est la réciproque de l'espérance de vie à différents âges successifs; la qualité de l'ajustement de la fonction est bonne. Enfin, l'importance de cet effet de rectangularisation pour quelques applications particulières liées aux soins de santé est rapidement analysée.

MOTS CLÉS

RECTANGULARIZATION, COURBE DE SURVIE, ENTROPIE, ESPÉRANCE DE VIE TOTALE, DURÉE DE VIE MAXIMALE MOYENNE

Introduction

Les récents ouvrages sur la démographie et l'épidémiologie ont traité en long et en large du phénomène de la rectangularisation des courbes de survie tirées des tables de mortalité (James Fries, N. Keyfitz, G. Myers et K. Manton). Ce phénomène, qui consiste en un aplatissement de la courbe conférant à celle-ci une allure plus rectangulaire, a été observée au cours des dernières décennies dans de nombreux pays industrialisés qui ont presque achevé la transition démographique d'une mortalité élevée à une mortalité faible.

L'apparition du phénomène de cette rectangularisation a été la conséquence de l'accroissement de la probabilité de survie aux âges avancés, accroissement qui résulte lui-même de l'amélioration de la mortalité à tous les âges en général et aux âges de jeunesse en particulier. Le phénomène a amélioré sensiblement l'espérance de vie à la naissance et aux autres âges, quoique ses effets perdent de l'ampleur avec l'âge. Certains auteurs, dont Fries, ont émis l'hypothèse que la rectangularisation est liée à une compression de la morbidité aux âges avancés qui contribue à allonger la durée de vie "sans maladie". Si l'on en juge par les statistiques hospitalières sur les maladies au Canada, cette réduction de la morbidité ne semble pas s'être produite encore. Il n'en reste pas moins que la mortalité canadienne des six dernières décennies atteste significativement du phénomène de rectangularisation ainsi que de l'accroissement de l'espérance de vie et du nombre de survivants aux âges avancés qui l'accompagne.

Augmentation du nombre de survivants aux âges avancés

De 1921 à 1981, on constate que la probabilité de survie et le nombre de survivants à des âges avancés successifs ont sensiblement augmenté (voir le tableau 1). Les valeurs indiquées sont reproduites d'un ensemble de tables de mortalité abrégées (Nagnur) établies pour des périodes de cinq ans de 1921 à 1981 et pour le Canada et les provinces; ces tables ont été construites à l'aide de la méthode d'itération conçue par N. Keyfitz et présentées dans le document "Life Table that Agrees with the Data".

TABLEAU 1
SURVIVANTS DE COHORTES DE NAISSANCES DE 100 000 À 65, 75 ET 85 ANS
CANADA, 1921, 1951 ET 1981

Âges / Années	Hommes			Femmes		
	65	75	85	65	75	85
1921	57 603	35 883	11 123	59 640	38 418	12 994
1951	65 877	41 931	13 490	75 585	54 046	20 760
1981	74 681	50 367	19 966	86 088	70 503	40 648
	Augmentation du nombre de survivants					
1951-21	8 274	6 048	2 367	15 945	15 628	7 766
1981-51	8 804	8 436	6 476	10 503	16 457	19 888
Total	17 078	14 484	8 843	26 448	32 085	27 654
	Augmentation en pourcentage des survivants					
1951-1921	14.4	16.9	21.3	26.7	40.7	59.8
1981-1951	13.4	20.1	48.0	13.9	30.4	95.8

Source: Nagnur, Dhruva, Longevity and Historical Life Tables, document inédit.

En règle générale, le nombre de survivants a plus augmenté au cours des 30 années postérieures à 1951 que pendant les 30 années qui ont précédé cette année-là. Les femmes ont réalisés des gains encore plus grands que les hommes, et des améliorations remarquables ont été enregistrées pour les probabilités de survie aux âges avancés (65, 75 et 85 ans).

Dans les cohortes de naissances masculines visées par les tables de mortalité de 1921, 3 hommes sur 5 pouvaient espérer vivre jusqu'à 65 ans; d'après celles de 1981, la proportion était passée à 3 sur 4. Pour ce qui est de la survie à 75 ans, un peu plus d'un homme sur 3 et plus de la moitié pouvaient espérer atteindre cet âge, respectivement, selon les tables de

mortalité de 1921 et de 1981. Quant aux chances de survie à 85 ans, elles se sont aussi remarquablement améliorées: entre 1951 et 1981, l'accroissement des effectifs atteignant cet âge respectable était presque le triple de la progression observée entre 1921 et 1951 (6 500 contre 2 400, sur une cohorte de naissance initiale de 100 000).

L'amélioration des probabilités de survie correspondantes a été encore plus spectaculaire chez les femmes. Selon les tables de mortalité de 1921, 3 sur 5 d'entre elles pouvaient espérer atteindre 65 ans; la proportion était passée à 3 sur 4 et à presque 7 sur 8 respectivement, selon les tables de mortalité de 1951 et de 1981. On constate une tendance analogue pour l'espérance de survie à 75 ans: les proportions sont en effet de 2 femmes sur 5, de plus d'une sur 2 et de plus de 7 sur 10 respectivement, selon les tables de mortalité de 1921, de 1951 et de 1981.

L'allongement de l'espérance de vie est encore plus frappant pour les femmes susceptibles de survivre à l'âge de 85 ans: selon les tables de mortalité de 1921, de 1951 et de 1981, leurs effectifs sont passés de 13 000 à 21 000 et ce dernier chiffre a presque doublé, atteignant 41 000 survivantes respectivement (toujours sur une racine initiale de 100 000). Cela signifie qu'il y avait, selon les tables de mortalité de 1981, 100% de survivantes de plus à 85 ans que selon les tables de mortalité de 1951, et que le nombre de ces femmes survivantes était deux fois supérieur à celui des hommes.

Courbes de survie

Les courbes de survie, qui représentent le nombre de survivants à chaque âge (colonne 1x d'une table de mortalité) dans un graphique établi en fonction de l'âge, attestent éloquemment du phénomène de rectangularisation. L'aplatissement de la courbe évolue progressivement depuis les six dernières décennies. Les graphiques 1 à 5 qui illustrent quelques uns des faits marquants de la situation canadienne, démontrent de 1921 à 1981 un nombre sans cesse croissant de survivants aux âges avancés pour les hommes aussi bien que pour les femmes. L'accentuation de la rectangularisation est relativement plus

forte entre 1951 et 1981 que pendant les trois décennies antérieures et, aux âges avancés l'écart entre hommes et femmes était plus prononcé en 1981 qu'en 1951; il était d'ailleurs très faible en 1921. Dans tous les cas, on peut raisonnablement penser que les futures améliorations seront de moins en moins marquées comparativement aux six dernières décennies. Selon J. Fries, qui raisonne sur la situation aux État-Unis, 80% de la différence entre la courbe historique (de l'année 1900) et la courbe idéale s'était estompée par 1980. Cela pourrait être également vrai pour le Canada. Bien entendu, la courbe idéale, équivalant à une rectangularisation complète, n'est qu'un concept théorique qui ne peut se concrétiser dans la réalité.

Tendances de l'espérance de vie

L'espérance de vie à la naissance a beaucoup progressé au cours des six dernières décennies: elle a gagné 13 années pour les hommes et 18 années pour les femmes. La cause première de cet allongement est la réduction de la mortalité infantile et celle des enfants. Ainsi, le taux de mortalité infantile, qui était de plus de 1 sur 10 naissances vivantes en 1921, est tombé à moins de 1 sur 100 en 1981; de même, le taux de mortalité néonatale est passé de 43 pour 1 000 naissances vivantes en 1921 à seulement 6 pour 1 000 naissances vivantes en 1981, et le taux de mortalité post-néonatale, du voisinage de 45 pour 1 000 en 1921 à peine plus de 3 pour 1 000 naissances vivantes en 1981. Cette baisse marquée de la mortalité infantile a contribué proportionnellement plus que tout autre phénomène lié à une autre classe d'âge à allonger l'espérance de vie à la naissance.

Le tableau 3 montre que l'amélioration s'est plus faite au cours des trois premières décennies postérieures à 1921 que pendant les trois dernières. Quant à la différence entre les espérances de vie des deux sexes, elle s'est régulièrement élargie, d'environ deux ans en 1921 à plus de sept ans en 1981.

Même si l'espérance de vie à la naissance a beaucoup augmenté depuis 1921, il n'en va pas de même pour l'espérance de vie à des âges plus avancés à

TABLEAU 3
Espérances de vie à la naissance, à 40, 65 et 75 ans
Canada, 1921, 1951 et 1981

Âge	Hommes			Femmes		
	1921	1951	1981	1921	1951	1981
0	58.8	66.4	71.9	60.6	70.9	79.0
40	32.1	32.5	34.7	32.7	35.7	40.8
65	13.0	13.3	14.6	13.6	15.0	18.9
75	7.6	7.9	9.0	8.0	8.8	11.9

Âge	Augmentation des espérances de vie à la naissance					
	Hommes			Femmes		
	1921-51	1951-81	Total	1921-51	1951-81	Total
0	7.6	5.5	13.1	10.3	8.1	18.4
40	0.4	2.2	2.6	3.0	5.1	8.1
65	0.3	1.3	1.6	1.4	3.9	5.3
75	0.3	1.1	1.4	0.8	3.1	3.9

Âge	Différence entre les espérances de vie des hommes et des femmes		
	1921	1951	1981
0	1.8	4.5	7.1
40	0.6	3.2	6.1
65	0.6	1.7	4.3
75	0.4	0.9	2.9

Source: Nagnur, Dhruva, Longevity and Historical Life Tables, document inédit.

40, 65 et 75 ans. Cette observation se vérifie d'ailleurs relativement plus dans le cas des hommes que des femmes, et la tendance est bien illustrée par les graphiques 6 à 10: de 1921 à 1951, les hommes n'ont gagné que moins d'une demi-année d'espérance de vie à 40, 65 et 75 ans, alors que l'amélioration a été relativement plus forte pour les femmes, même si elle se fait de moins sentir au fur et à mesure que l'âge croît: trois années à 40 ans, 1.8 année à 65 ans et 0.8 année à 75 ans. Entre 1951 et 1981, par contre, l'espérance de vie aux âges avancés s'est comparativement plus accrue. Les hommes ont en effet vu leur espérance progresser de 2.2, 1.3 et 1.1 années à 40, 65 et 75 ans respectivement, les chiffres correspondants pour les femmes étant de 5.1, 3.9 et 3.9 années.

La différence entre les espérances de vie des hommes et des femmes n'a cessé de s'accentuer pendant les six décennies: d'environ deux ans de plus pour les femmes à la naissance en 1921, elle s'est élargie à plus de sept années en 1981; le même écart, mais pour l'espérance de vie à 75 ans, était de moins de trois années en 1981. Pendant ces 60 années, les hommes ont amélioré leur espérance de vie à la naissance de 2.6 mois par an en moyenne, les femmes, de 3.7 mois. À 75 ans, l'amélioration moyenne était de 0.28 mois par an pour les hommes et de 0.78 mois pour les femmes, soit trois fois plus.

Entropie

Il existe cependant une autre façon -- intéressante et riche en enseignements -- de considérer le phénomène de la rectangularisation: il s'agit d'observer les variations temporelles des valeurs de H, l'entropie ou la quantité d'information, selon Keyfitz. Ce dernier définit H_a de la façon suivante:

$$H_a = - \frac{\int_a^w \log (l_x) \cdot l(x)dx}{\int_a^w l(x)dx}$$

où a est l'âge initial et w, l'âge final, et où l(x) est la colonne des survivants de la table de mortalité employée dans les courbes de survie des

graphiques 1 à 5. Selon la formulation de Keyfitz, l'indice H_a mesure quantitativement l'augmentation en pourcentage de l'espérance de vie à l'âge a que l'on observe s'il se produit une amélioration de 1% de la mortalité (ou des taux de mortalité par âge) à tous les âges à partir de a.

À mesure que s'accroissait le nombre de survivant aux âges avancés et que s'améliorait l'espérance de vie à la naissance, la valeur de H_0 (H à l'âge 0) diminuait au fil des années et des décennies au Canada. On peut donc dire que l'amélioration proportionnelle des taux de mortalité par âge apportait à l'espérance de vie une contribution décroissante en proportion.

TABLEAU 4
Valeurs de l'entropie (H), tables de mortalité canadiennes, 1921, 1951 et 1981

	Males	e_0^0	Females	e_0^0
1921	0.302826	58.84	0.282605	60.60
1951	0.193278	66.41	0.161395	70.90
1981	0.144227	71.85	0.112732	79.04

Le tableau 4 donne les valeur de H dans le cas des tables de mortalité des Canadiens (hommes et femmes) établies pour les années 1921, 1951 et 1981. Aux graphiques 11 à 15, ces mêmes valeurs sont représentées par rapport à l'âge, pour les mêmes années et pour les deux sexes. Ces courbes sont en quelque sorte les reflets, comme dans un miroir, des courbes de survie des graphiques 1 à 5. On peut voir clairement le processus de rectangularisation: la courbe est tirée vers les valeurs inférieures de H aux âges avancés à mesure que s'accroît la proportion des survivants à ces âges.

La courbe de H par âge qui réunit les données des deux sexes montre très bien les différences dans le nombre de survivants aux âges avancés. En effet, H est toujours inférieure dans le cas des femmes, ce qui traduit l'écart relatif -- défavorable aux hommes -- qui existe dans les probabilités de survie et dans les espérances de vie aux divers âges.

Durée de vie maximale moyenne

La notion et la définition de H ouvrent la voie à une mesure approximative d'une durée de vie maximale moyenne. En effet, si une baisse généralisée de 1% des taux de mortalité par âge fait progresser l'espérance de vie de H%, il est possible d'affirmer - du moins en théorie - qu'une élimination de 100% des taux de décès par âge fait progresser l'espérance de vie de 100H%, ce qui donnerait une idée de la durée de vie maximale moyenne qui serait la nôtre en l'absence de toute maladie. Si séduisante qu'elle soit, cette sorte d'affirmation risque de ne pas être valable, car elle suppose une relation directe entre l'amélioration de la mortalité et l'allongement de l'espérance de vie; or, pour un pourcentage plus élevé de réduction des taux de mortalité par âge, les approximations utilisées pour H risquent d'être fausses. Il existe cependant d'autres méthodes susceptibles de donner une estimation de la durée de vie maximale moyenne.

Ainsi, les valeurs de H à l'âge 0, pour les hommes et les femmes du Canada, étaient de 0.1442 et 0.1127 respectivement en 1981. Donc, 100H% demeurait une amélioration maximale de 14.42% pour les hommes et de 11.27% pour les femmes. En appliquant ces pourcentages aux espérances de vie à la naissance, qui sont de 71.9 ans pour les hommes et de 79.0 ans pour les femmes, cela donne des durées de vie maximale moyennes estimées à 82.3 ans pour les hommes et à 87.9 ans pour les femmes. La durée de vie maximale moyenne serait donc de 85.1 années chez les Canadiens si l'on prend la moyenne arithmétique simple des deux sexes.

Une autre méthode consiste à projeter les espérances de vie totales à deux âges différents et à relever à quelle valeur les deux courbes se croisent (Fries).

Si l'on projette les espérances totales à 20 et 65 ans en supposant que la moyenne des augmentations observées pendant les 60 dernières années pour ces âges continuera à se vérifier à l'avenir, on trouve des estimations des durées maximale moyennes très voisines des précédentes: 82.7 années pour les hommes et 87.5 années pour les femmes, soit une moyenne arithmétique de 85.1 années pour les deux sexes.

Voici les équations qui permettent d'obtenir ces valeurs:

pour les hommes $\begin{cases} E_m = 73.40 + 0.075\ X \\ E_m = 79.57 + 0.025\ X \end{cases}$

et

pour les femmes $\begin{cases} E_m = 80.16 + 0.185\ X \\ E_m = 83.93 + 0.090\ X \end{cases}$

où X est l'années de E_m, la durée de vie maximale moyenne.

Les graphiques 16 et 17 montrent que les courbes correspondant aux âges de 20 et 65 ans se coupent à peu près de 2021 pour les femmes et en 2015 pour les hommes.

On obtient donc des résultats presque identiques pour la durée de vie maximale moyenne des hommes et des femmes du Canada, que l'on utilise H ou la méthode de projection des espérances de vie totales (à 20 et 65 ans). Cette constatation peut être importante et digne d'être prise en considération pour les projections futures de la mortalité.

Ajustement de la courbe à H

L'entropie H étant extrêmement importante comme indice de mesure de la rectangularisation, nous avons essayé d'ajuster une courbe aux valeurs de H

par rapport à l'espérance de vie à différents âges. Plusieurs fonctions ont été essayées, et c'est la suivante qui a offert la meilleure qualité d'ajustement:

$$H_x = A + B \frac{1}{E_x} + C \left(\frac{1}{E_x}\right)^2$$

Le tableau 5 donne les valeurs de H ajustées et observées dans le cas des hommes et des femmes au Canada en 1980-1982. Les graphiques 18 et 19 représentent, eux, les courbes de H par rapport à la réciproque de E_x pour les deux sexes, en 1981.

La courbe:

$$E_x = A + B \frac{1}{H_x} + C \left(\frac{1}{H_x}\right)^2$$

donne également un excellent ajustement pour les espérances de vie. Le tableau 6 présente les valeurs observées et ajustées de E_x, à nouveau pour les deux sexes au Canada et pour l'année 1981.

L'ajustement de la courbe a été effectuée à l'aide de la méthode des moindres carrés. Les répercussions de la fonction et l'importance des paramètres sont actuellement examinées en vue d'analyses ultérieures et dans le cadre d'une modélisation des tables de mortalité.

CONCLUSIONS

La rectangularisation continue et différentielle de la courbe de survie revêt une grande signification pour la société canadienne sur divers plans: consommatin des soins de santé, mesures touchant les personnes âgées et très âgées, foyers et centres destinés au troisième âge, déplacements de population vers les climats plus chauds, etc. Par exemple, en ce qui concerne un aspect des services de santé -- les services internes hospitaliers -- les statistiques de morbidité des hôpitaux observées pour le Canada pendant les deux dernières décennies (Nair) éclairent d'un jour nouveau les orientations et les tendances de l'utilisation de ces services (tableau 7).

Entre 1961 et 1981, les populations masculines et féminines ont augmenté respectivement de 70% et 76% dans les groupes d'âge de 65 ans et plus et de 75 ans et plus. Le nombre de journées d'hospitalisation, pour ces deux groupes, a grimpé de 132% et 162% pendant la même période, alors que l'augmentation correspondante pour tous les groupes d'âge était de 44%. Dans le groupe des 65 ans et plus, le nombre moyen de journées d'hospitalisation par personne a progressé de 36.5%, dans celui des 75 ans et plus, de 48%, tandis que le nombre de sorties d'hôpital gagnait respectivement 124% et 131%. Enfin, la moyenne des journées d'hospitalisation par sortie enregistrée en 1981 était de 26 journées pour les 65 ans et plus et de 33.5 journées pour les 75 ans et plus.

Parce qu'il se traduit par un accroissement du nombre de personnes âgées, le phénomène d'accentuation de la rectangularisation entraînera vraisemblablement un recours accru aux installations et aux services de santé. Cela aurait donc d'importantes conséquences à long terme pour la société, en particulier si cette rectangularisation ne s'acompagne pas d'une réduction de la morbidité, c'est-à-dire d'une prolongation de la vie "sans maladie" aux âges avancés qui permet de minimiser beaucoup la période de mauvaise santé précédant la mort.

De plus, à mesure que l'on apprend à mieux traiter les maladies de la dégénérescence, comme les affections cardiovasculaires et le cancer, et que de

nouvelles mesures préventives éliminent ou retardent l'apparition de ces maladies, de plus en plus de gens ont tendance à vivre plus vieux et, peut-être, en meilleure santé. Les questions que soulève ce phéomène ne se limitent pas au secteur de la santé, mais touchent aussi, par exemple, l'âge de la retraite, les deuxièmes carrières ou le travail après le départ à la retraite. Ainsi, conjuguée à de nouveaux développements démographiques et épidémiologiques, l'accentuation de la rectangularisation donne un aperçu prospectif important du profil future de la population et de l'apparition de nouveaux phénomènes de société.

TABLEAU 5
VALEURS AJUSTÉES ET OBSERVÉES DE H POUR LES HOMMES ET LES FEMMES, CANADA, 1980-82

Canada, Hommes, 1980-1982

A = 0.011700 B = 9.510665 C = 0.395607

Équation ajustée: $H_x = A + B(1/EX)+C(1/EX)**2$

Canada, Femmes, 1980-1982

A = 0.013842 B = 8.084172 C = -4.153461

Équation ajustée: $H_x = A + B(1/EX)+C(1/EX)**2$

H observée	H estimée	EX	Age	H observée	H estimée	EX
0.144227	0.144145	71.85	0	0.112732	0.115456	79.04
0.146247	0.144552	71.63	1	0.114168	0.115992	78.70
0.154238	0.152062	67.80	5	0.119823	0.121119	74.84
0.165450	0.162979	62.91	10	0.127663	0.128596	69.93
0.178431	0.175710	58.03	15	0.136609	0.137212	65.01
0.193609	0.189975	53.39	20	0.146932	0.147094	60.15
0.211123	0.206797	48.79	25	0.158895	0.158723	55.28
0.231576	0.227516	44.11	30	0.172968	0.172544	50.42
0.256204	0.253404	39.39	35	0.189793	0.189205	45.58
0.286765	0.285953	34.72	40	0.210286	0.209535	40.79
0.325647	0.327371	30.17	45	0.235624	0.234593	36.10
0.376252	0.380782	25.81	50	0.267460	0.266060	31.53
0.443304	0.450213	21.73	55	0.308165	0.306178	27.13
0.533618	0.542178	17.97	60	0.361130	0.358648	22.92
0.657131	0.666321	14.57	65	0.431613	0.429307	18.93
0.828696	0.835952	11.58	70	0.528079	0.526741	15.23
1.069610	1.073325	9.00	75	0.663794	0.665422	11.87
1.411273	1.404459	6.87	80	0.860072	0.865249	8.95
1.885025	1.862480	5.18	85	1.142817	1.141801	6.61
2.457720	2.469972	3.91	90	1.494102	1.493349	4.89

TABLEAU 6

VALEURS AJUSTÉES ET OBSERVÉES DE E_x POUR LES HOMMES ET LES FEMMES, CANADA, 1980-82

Canada, hommes, 1980-1982

A = -0.220556 B = 9.625933 C = 0.129142

Équation ajustée: $EX = A + B(1/H_x)+C(1/H_x)^{**2}$

Canada, femmes, 1980-1982

A = -0.999890 B = 8.473822 C = 0.070512

Équation ajustée: $E_x = A + B(1/H_x)+C(1/H_x)^{**2}$

E observée	E estimée	H	Age	E observée	E estimée	H
71.85	72.73	0.144227	0	79.04	79.72	0.112732
71.63	71.64	0.146247	1	78.70	78.63	0.114168
67.80	67.62	0.154238	5	74.84	74.63	0.119823
62.91	62.68	0.165450	10	69.93	69.70	0.127663
58.03	57.78	0.178431	15	65.01	64.81	0.136609
53.39	52.94	0.193609	20	60.15	59.94	0.146932
48.79	48.27	0.211123	25	55.28	55.12	0.158895
44.11	43.75	0.231576	30	50.42	50.35	0.172968
39.39	39.32	0.256204	35	45.58	45.61	0.189793
34.72	34.92	0.286765	40	40.79	40.89	0.210286
30.17	30.56	0.325647	45	36.10	36.23	0.235624
25.81	26.28	0.376252	50	31.53	31.67	0.267460
21.73	22.15	0.443304	55	27.13	27.24	0.308165
17.97	18.27	0.533618	60	22.92	23.01	0.361130
14.57	14.73	0.657131	65	18.93	19.01	0.431613
11.58	11.58	0.828696	70	15.23	15.30	0.528079
9.00	8.89	1.069610	75	11.87	11.93	0.663794
6.87	6.67	1.411273	80	8.95	8.95	0.860072
5.18	4.92	1.885025	85	6.61	6.47	1.142817
3.91	3.72	2.457720	90	4.89	4.70	1.494102

TABLEAU 7
Statistiques de la population et de la morbidité hospitalière pour les groupes d'âge de 65 ans et plus et de 75 ans et plus, Canada, 1961 et 1981

		Groupes d'âge		Total - tous les groupes d'âge
		65+	75+	
Population (en milliers)	1961	1,390.2 (7.6)	501.6 (2.8)	18,200.7 (100.0)
	1981	2,359.2 (9.7)	882.8 (3.6)	24,274.3 (100.0)
Accroissement en pourcentage 1961-1981		69.7	76.0	33.4
Journées d'hospitalisation (en millions)	1961	8.8 (29.6)	4.9 (16.5)	29.7 (100.0)
	1981	20.4 (47.8)	12.8 (30.0)	42.7 (100.0)
Accroissement en pourcentage 1961-1981		131.8	161.2	43.8
Nombre moyen de journées d'hospitalisation (par personne)	1961	6.3	9.8	1.6
	1981	8.6	14.5	1.8
Accroissement en pourcentage 1961-1981		36.5	48.0	12.5
Sorties d'hôpital (en milliers)	1961	353.2 (13.0)	165.7 (6.1)	2,726.5 (100.0)
	1981	790.8 (22.2)	382.4 (10.7)	3,570.0 (100.0)
Accroissement en pourcentage 1961-1981		123.9	130.8	30.9

TABLEAU 7
Statistiques de la population et de la morbidité hospitalière pour les groupes d'âge de 65 ans et plus et de 75 ans et plus, Canada, 1961 et 1981 - fin -

	Groupes d'âge		Total - tous les groupes d'âge
	65+	75+	
Moyenne des journées d'hospitalisation par sortie			
1961	24.9	29.6	10.9
1981	25.8	33.5	12.0
Accroissement en pourcentage 1961-1981	3.6	13.1	10.1
Nombre moyen de sorties pour 100 personnes			
1961	25	33	15
1981	34	43	15
Accroissement en pourcentage 1961-1981	36.0	30.3	0.0

Source: C. Nair, communication personnelle et renseignements de Morbidité hospitalière, n° 82-206 au catalogue, Statistique Canada.

Bibliographie

Fries, James F., Aging, Natural Death, and Compression of Morbidity, The New England Journal of Medicine, 17 juillet 1980.

Fries, James F., The Compression of Morbidity, Miscellaneous Comments about a Theme, The Gerentologist, Vol. 24, n°. 4, 1984.

Keyfitz, Nathan, A Life Table That Agrees with the Data, The Journal of American Statistical Associations, juin 1966.

Keyfitz, Nathan, Applied Mathematical Demography, John Wiley and Sons,. 1977.

Keyfitz, Nathan, Improving Life Expectancy, An Uphill Road, American Journal of Public Health, octobre, 1978.

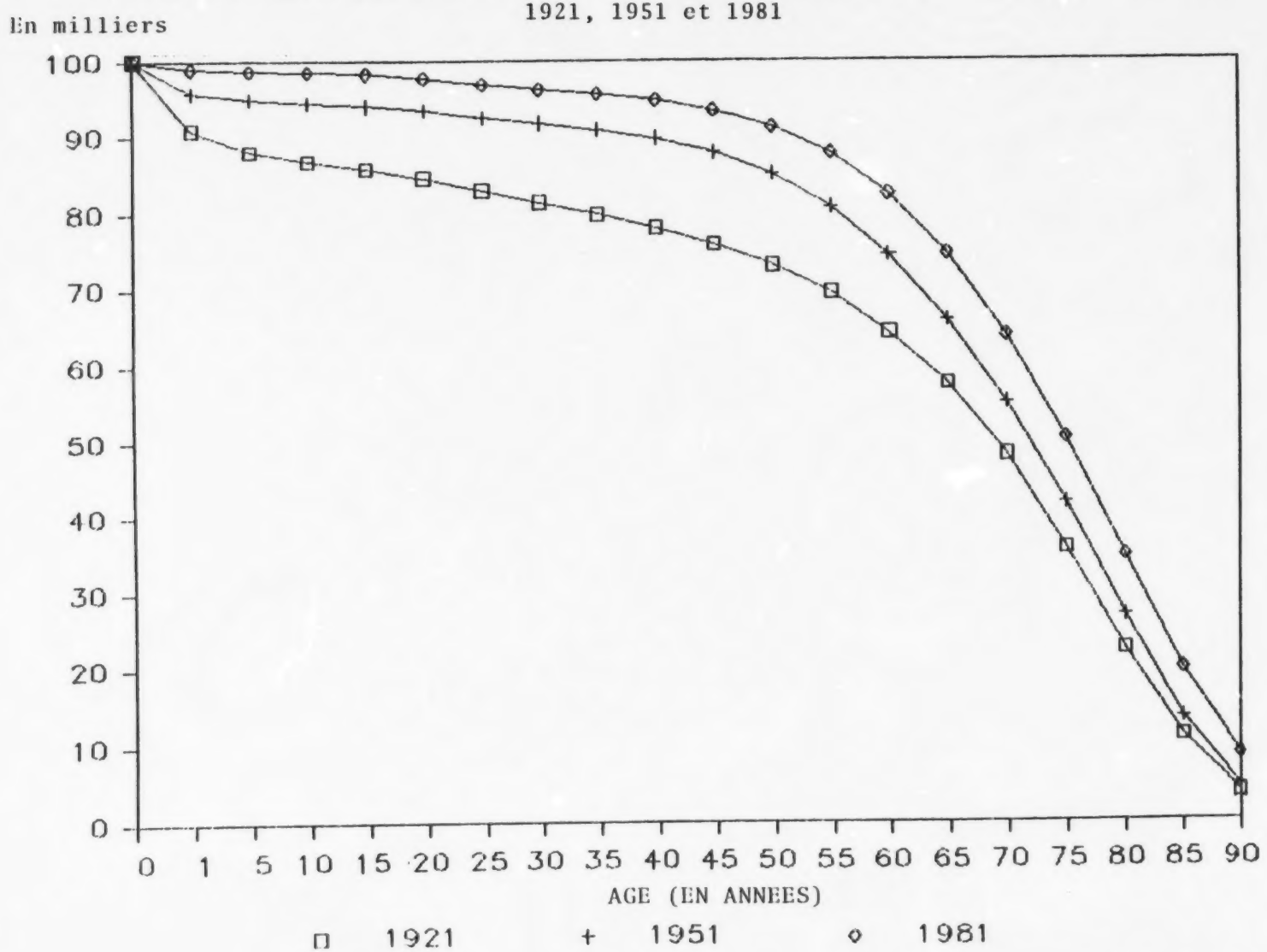
Nagnur, Dhruva, Longevity and Historical Life Tables, Canada and Provinces, 1921-1981, document inédit.

Manton, K.G., Changing Concepts of Mortality and Morbidity in the Elderly Population, Milbank Memorial Fund, publication trimestrielle, 1982.

Myers, George and Manton, Kenneth, Compression of Mortality - Myth or Reality, The Gerentologist, 1984.

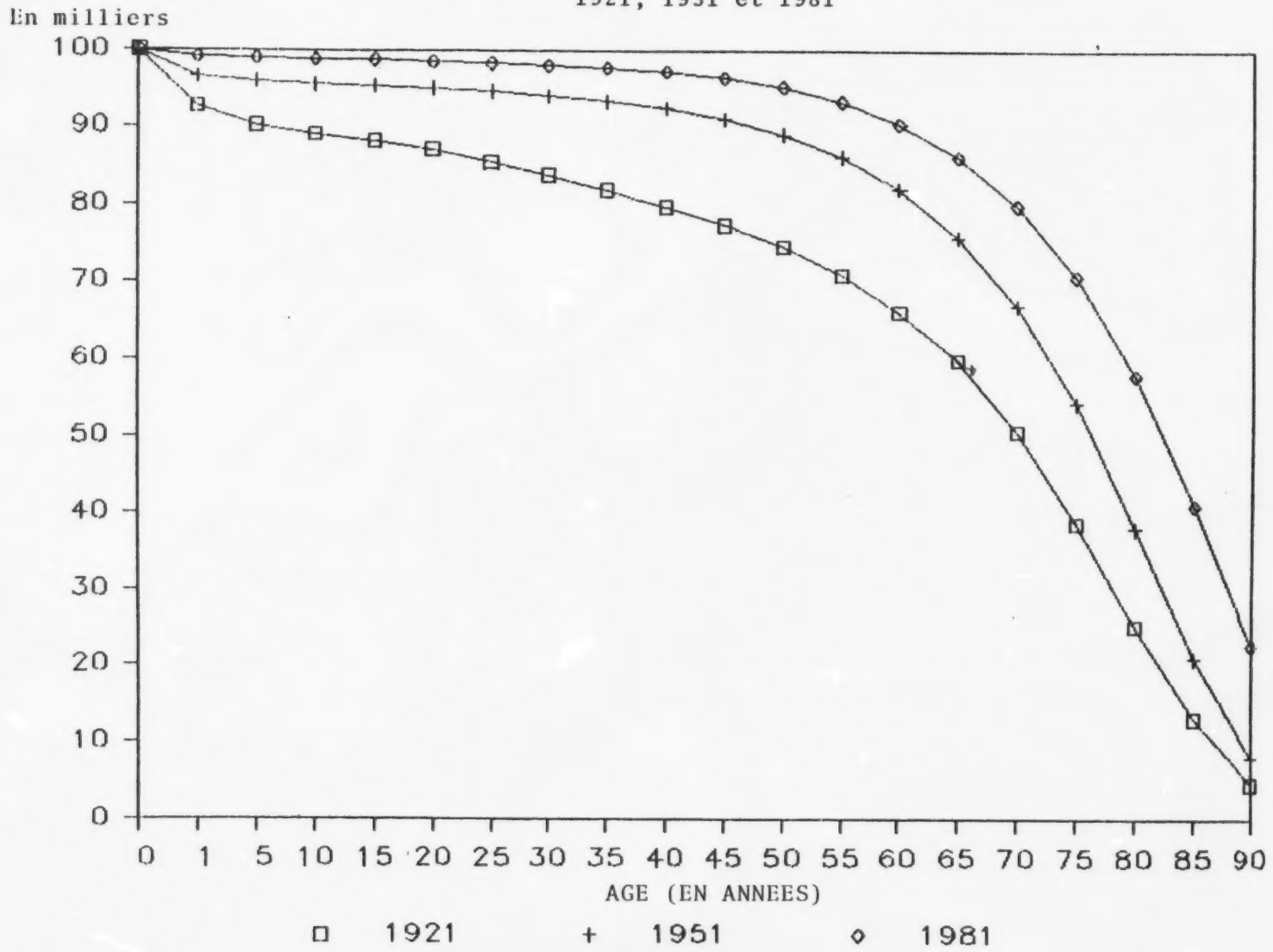
Stastistique Canada, Morbidité hospitalière, n° 82-206 au catalogue, 1984.

NOMBRE DE SURVIVANTS SUR 100 000 NAISSANCES VIVANTES, PAR AGE, CANADA: HOMMES
1921, 1951 et 1981



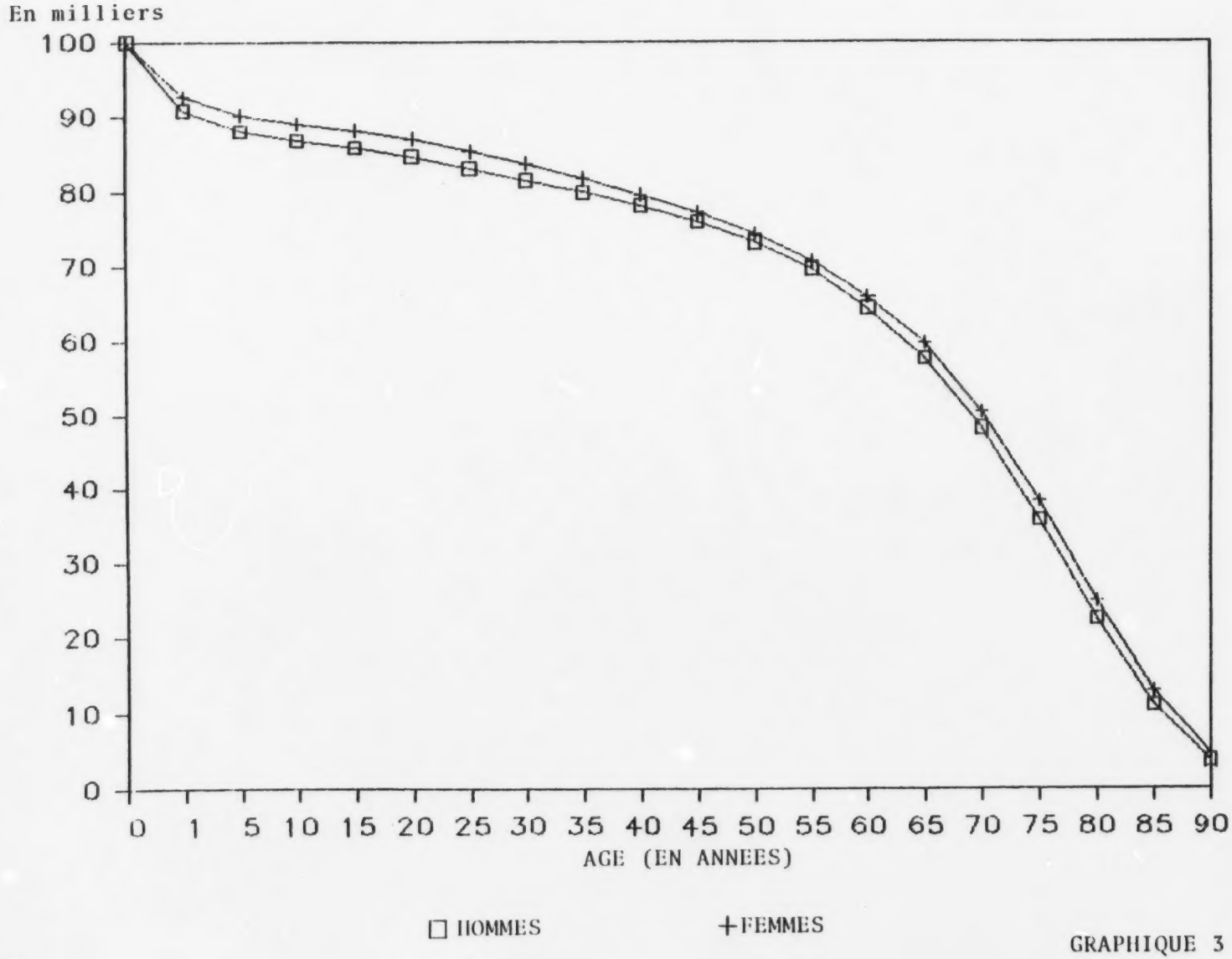
GRAPHIQUE 1

NOMBRE DE SURVIVANTES SUR 100 000 NAISSANCES VIVANTES, PAR AGE, CANADA: FEMMES
1921, 1951 et 1981



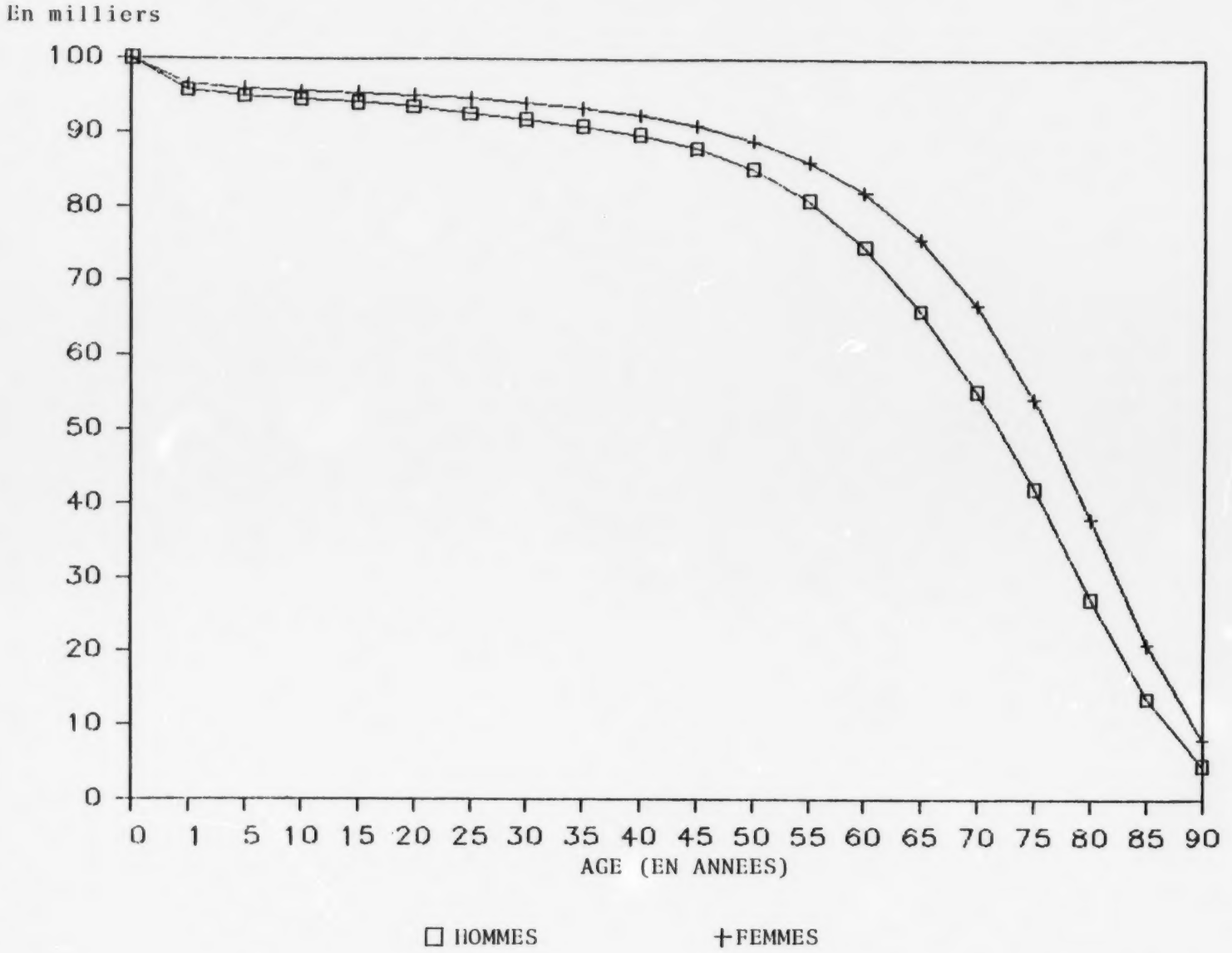
GRAPHIQUE 2

NOMBRE DE SURVIVANTS SUR 100 000 NAISSANCES VIVANTES, PAR AGE ET SEXE, CANADA, 1921



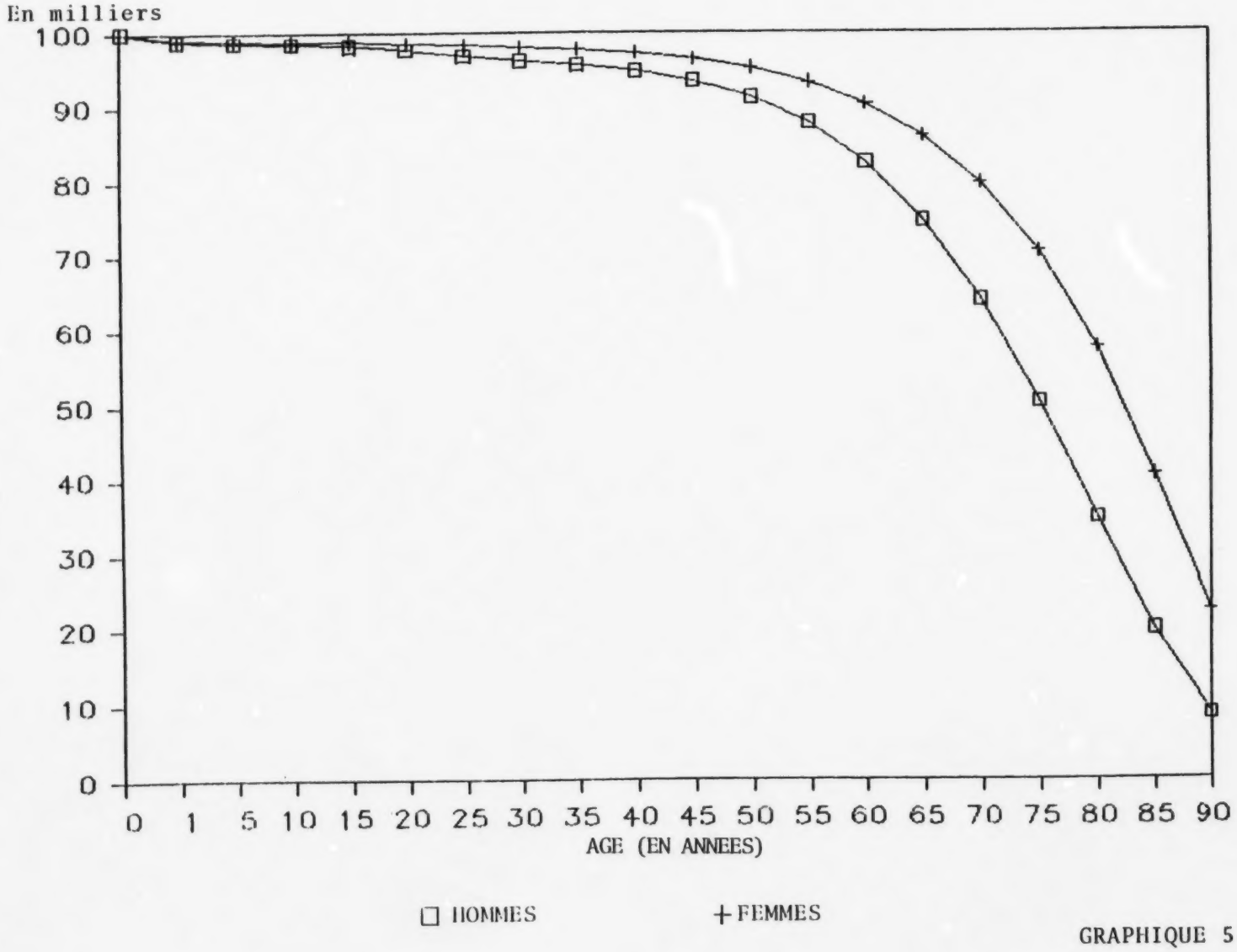
GRAPHIQUE 3

NOMBRE DE SURVIVANTS SUR 100 000 NAISSANCES VIVANTES, PAR AGE ET SEXE, CANADA, 1951



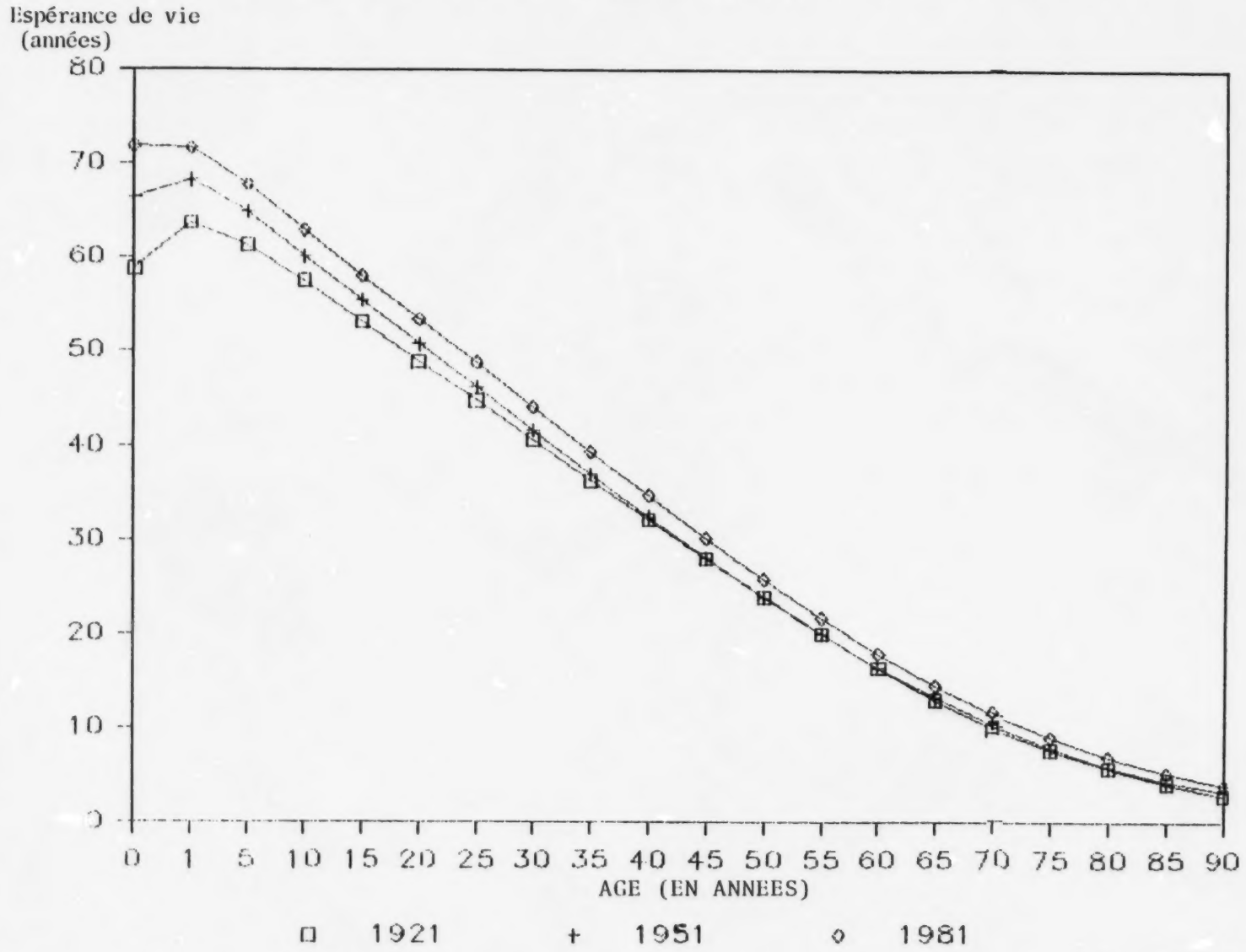
GRAPHIQUE 4

NOMBRE DE SURVIVANTS SUR 100 000 NAISSANCES VIVANTES, PAR AGE ET SEXE, CANADA, 1981



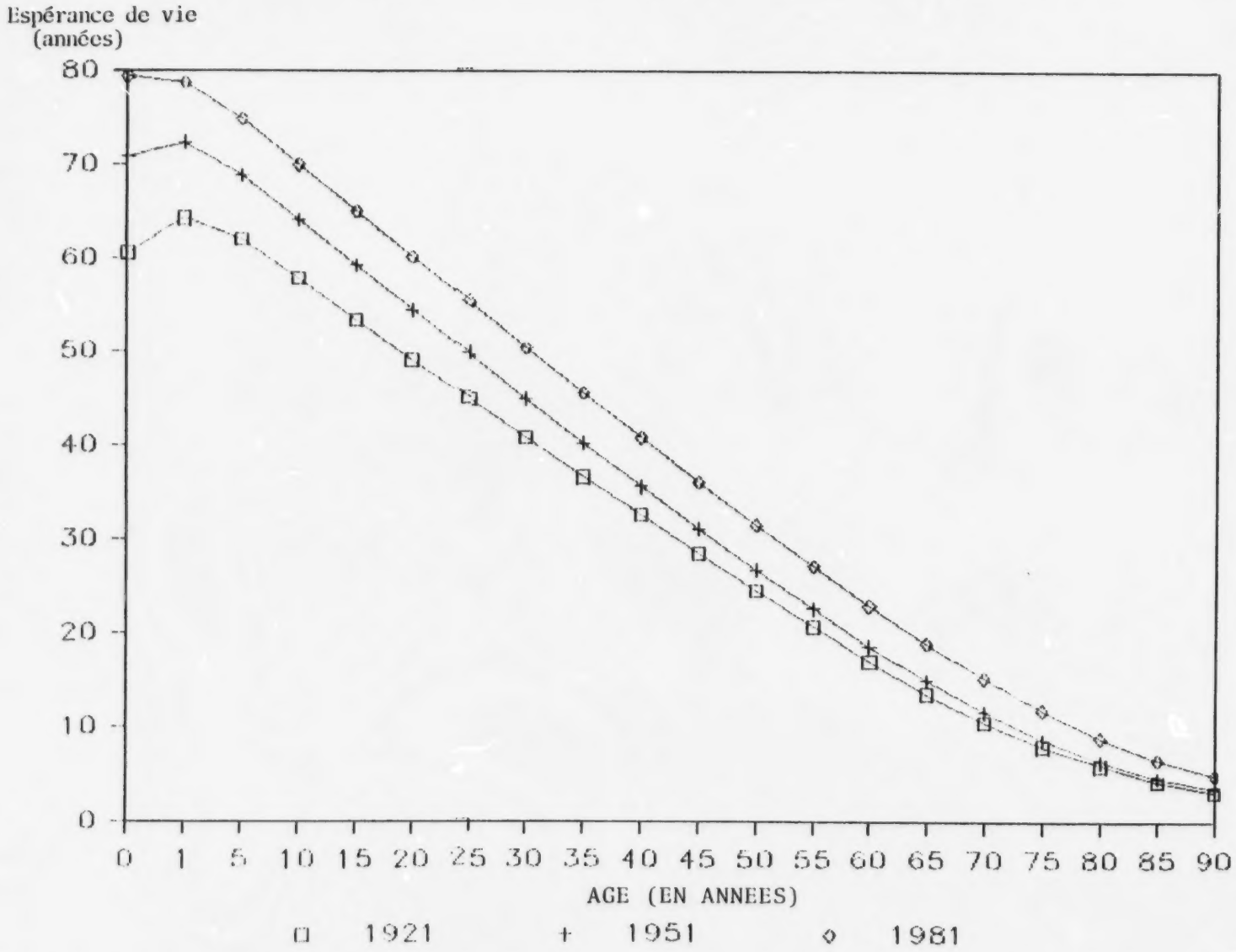
GRAPHIQUE 5

ESPERANCE DE VIE PAR AGE, CANADA: HOMMES, 1921, 1951 et 1981



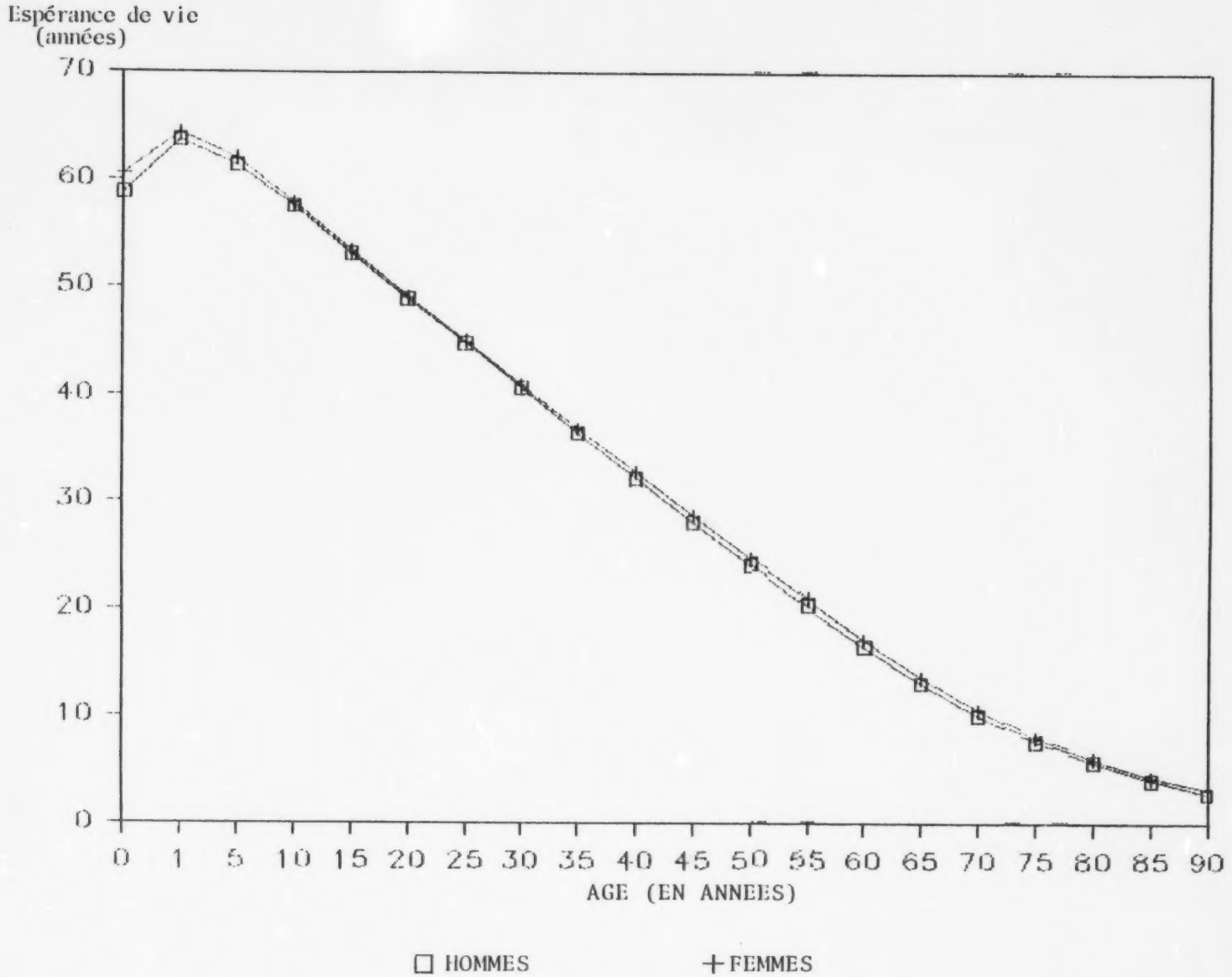
GRAPHIQUE 6

ESPERANCE DE VIE PAR AGE, CANADA: FEMMES, 1921, 1951 et 1981



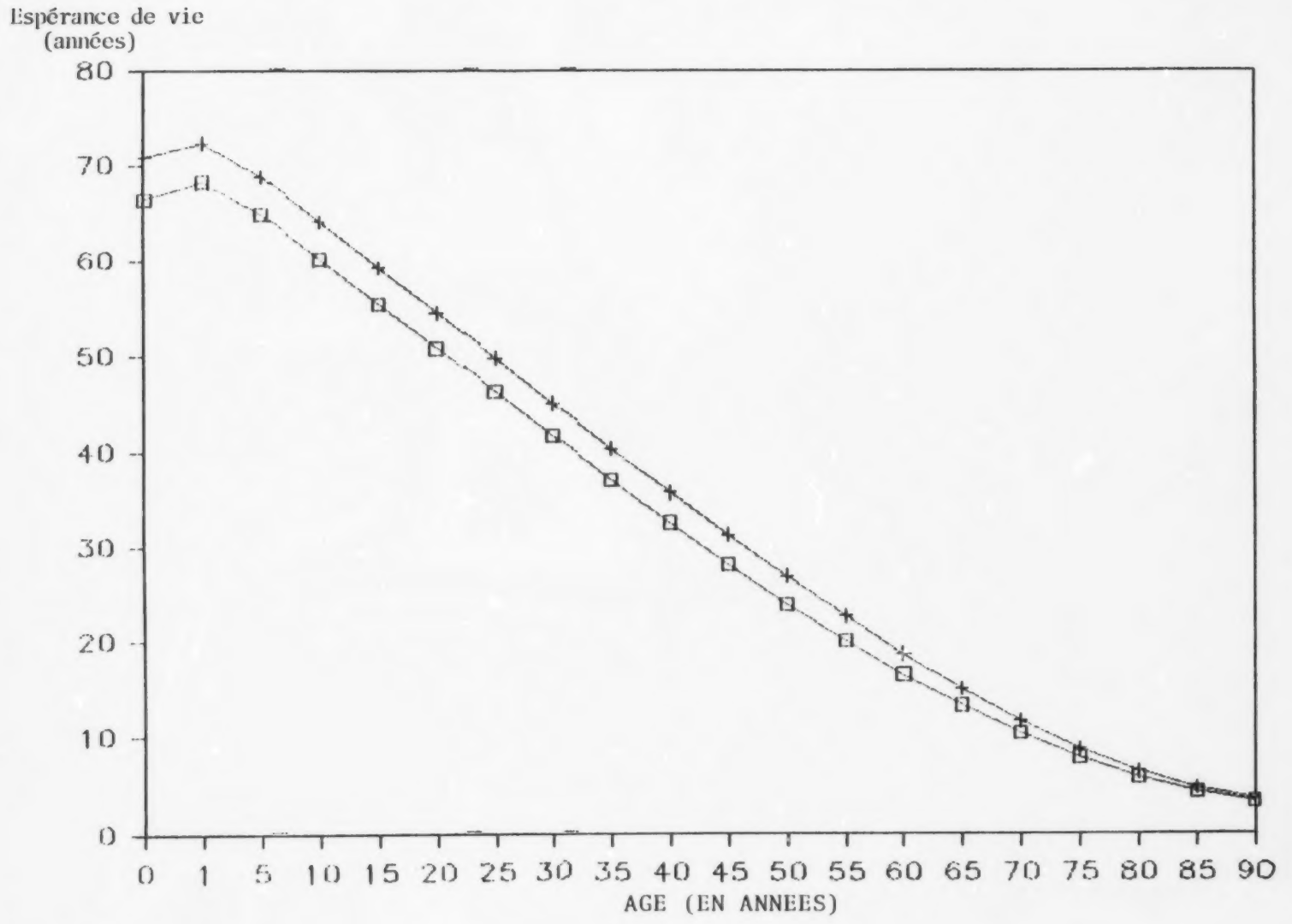
GRAPHIQUE 7

ESPERANCE DE VIE PAR AGE ET SEXE, CANADA, 1921



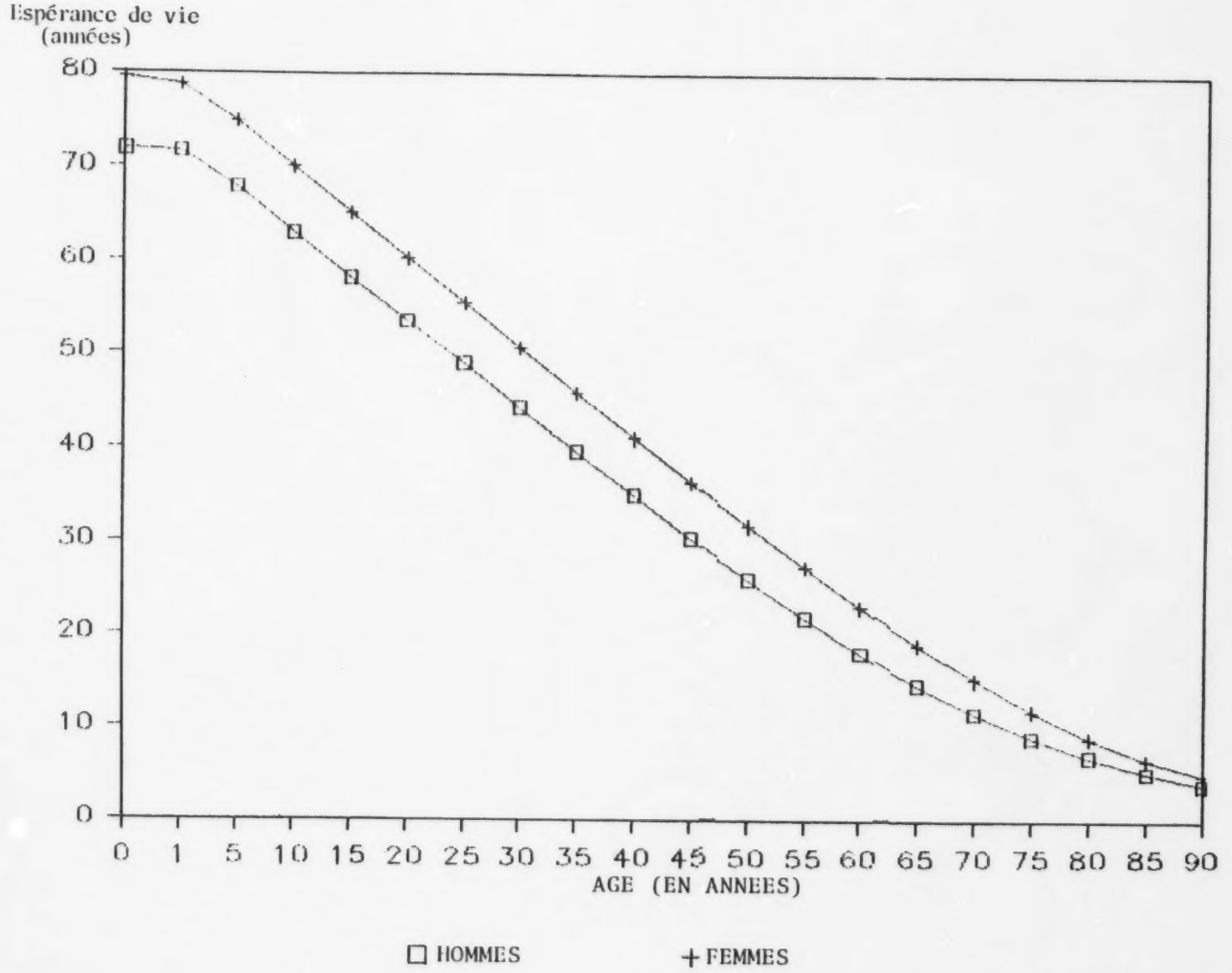
GRAPHIQUE 8

ESPERANCE DE VIE PAR AGE ET SEXE, CANADA, 1951



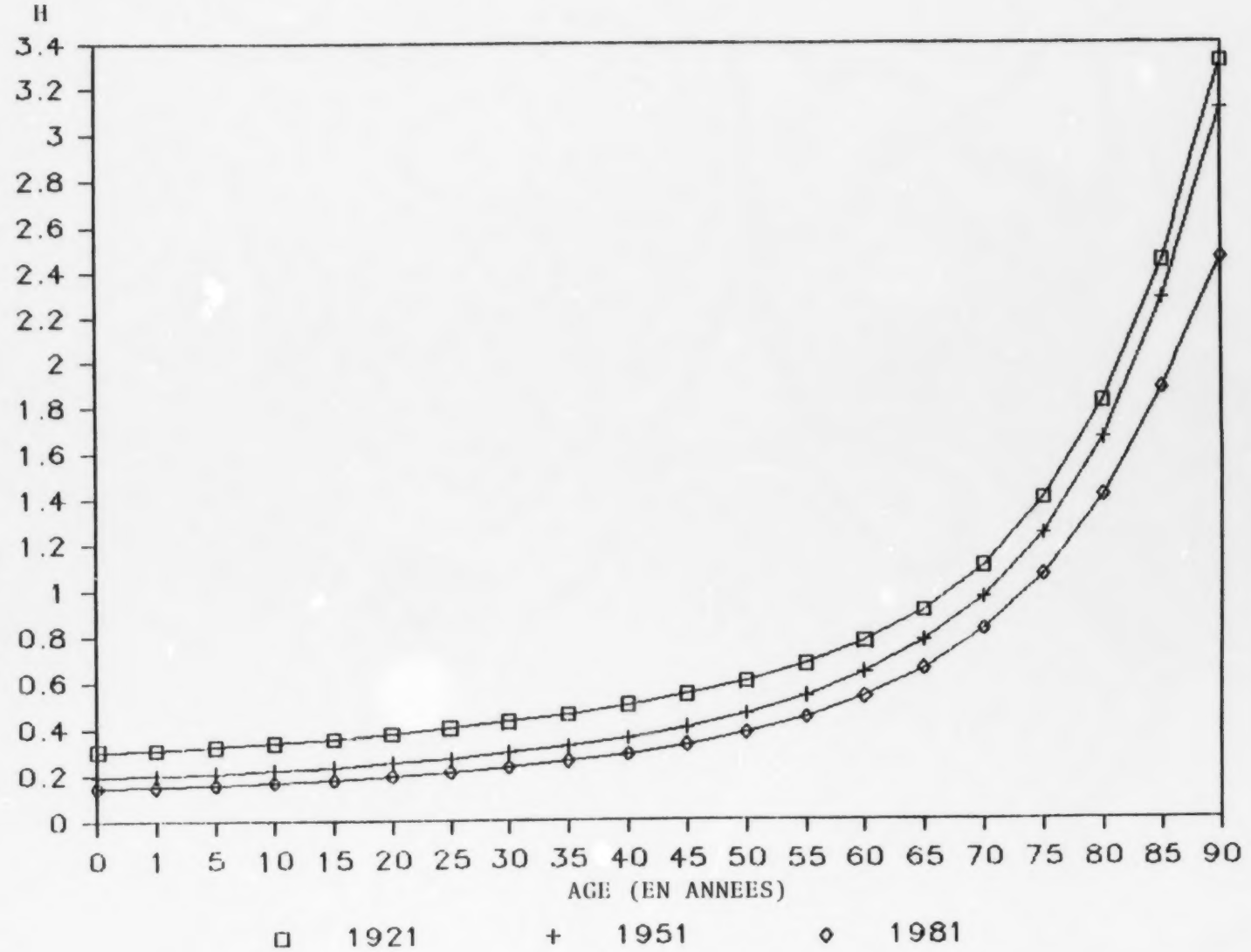
GRAPHIQUE 9

ESPERANCE DE VIE PAR AGE ET SEXE, CANADA, 1981



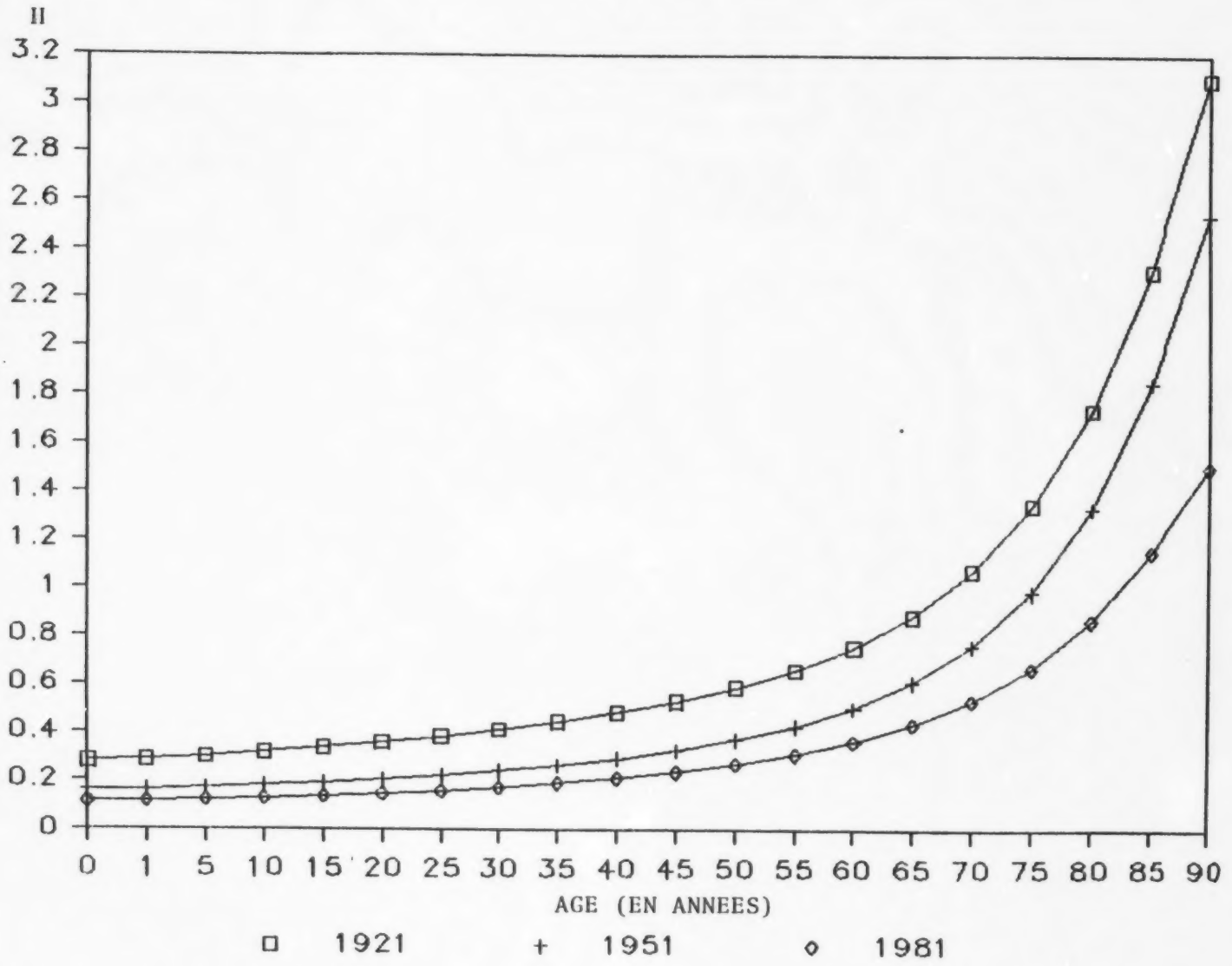
GRAPHIQUE 10

ENTROPIE (H) PAR AGE, CANADA: HOMMES, 1921, 1951 et 1981



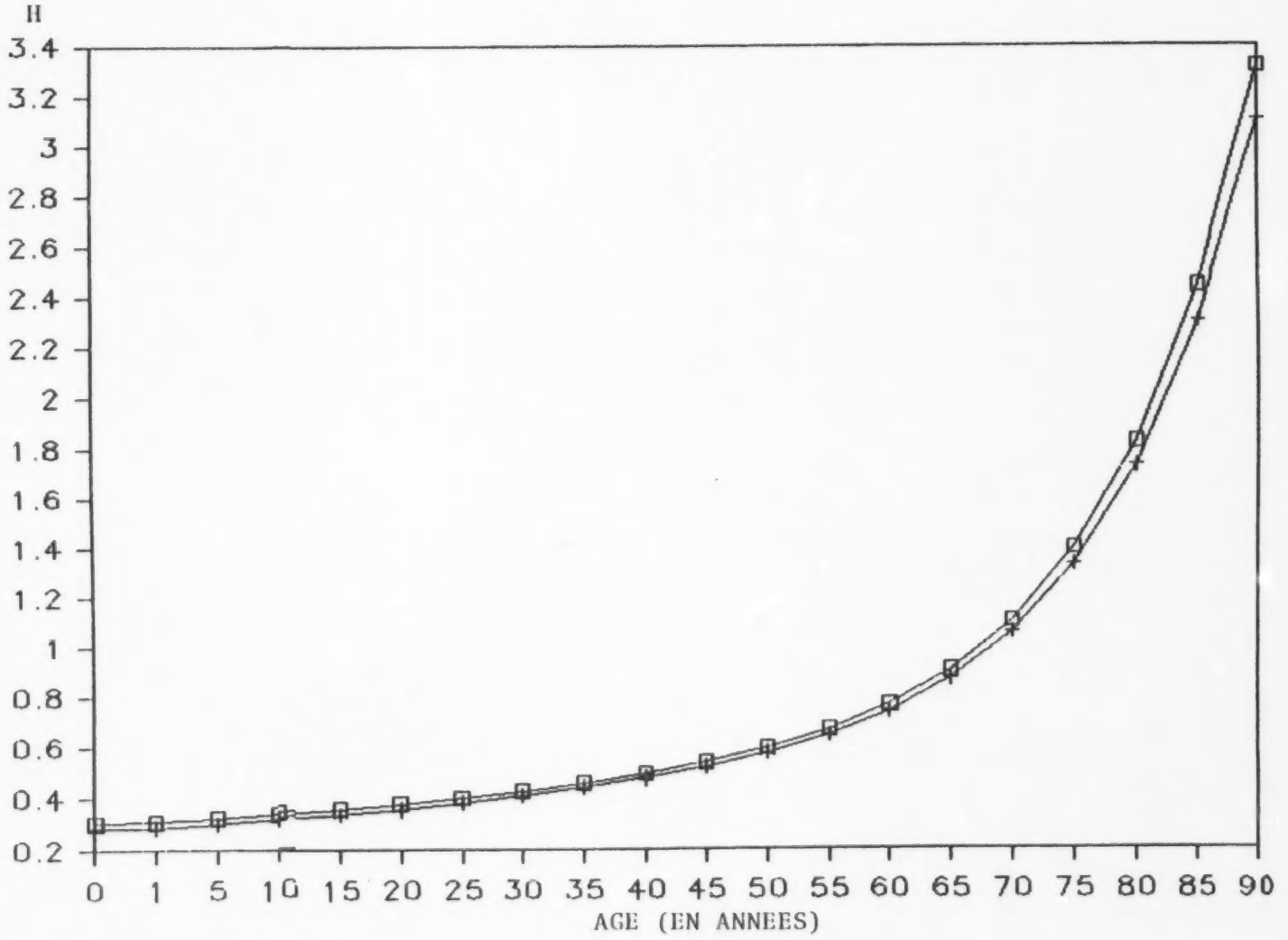
GRAPHIQUE 11

ENTROPIE (H) PAR AGE, CANADA: FEMMES, 1921, 1951 et 1981



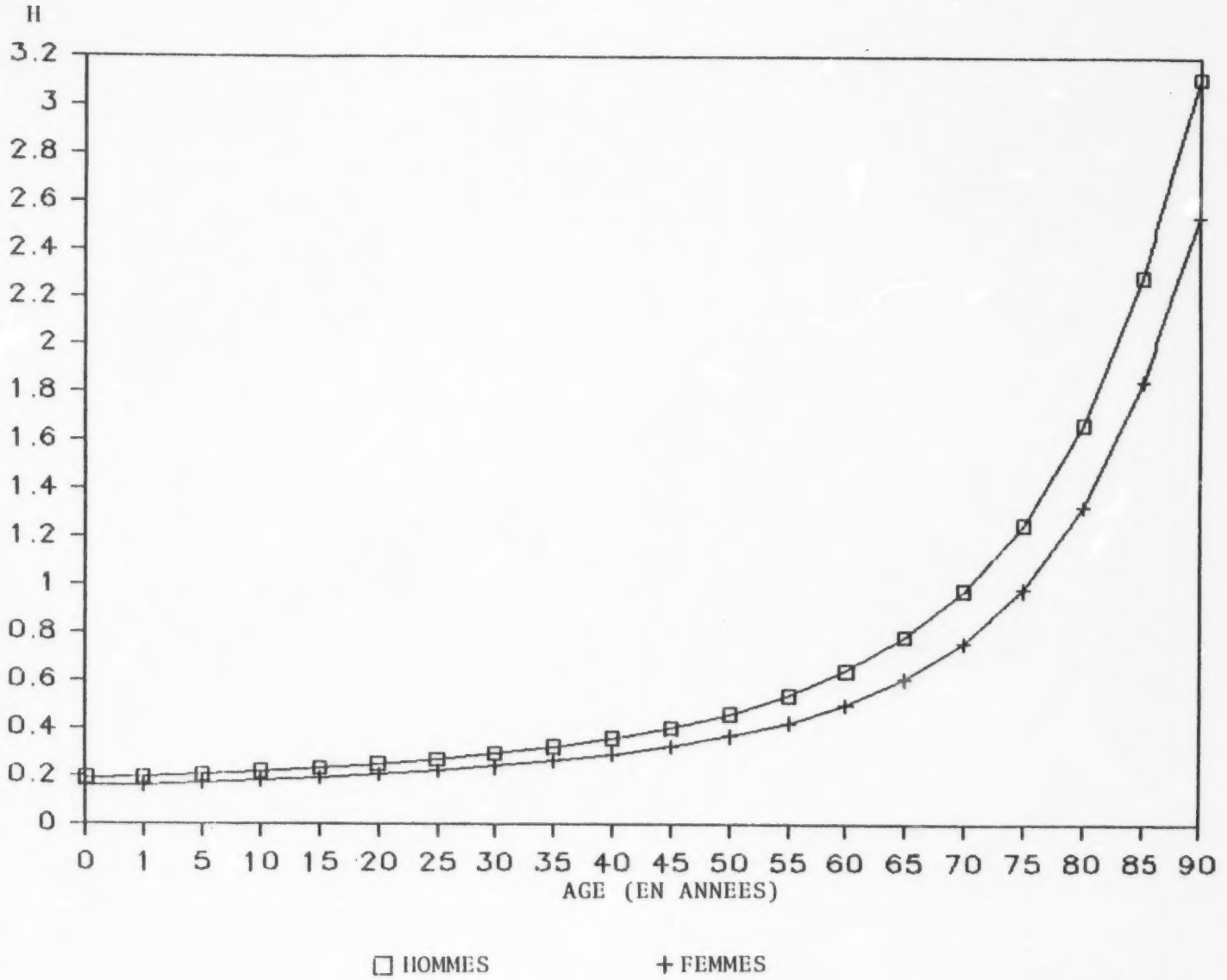
GRAPHIQUE 12

ENTROPIE (H) PAR AGE ET SEXE, CANADA, 1921



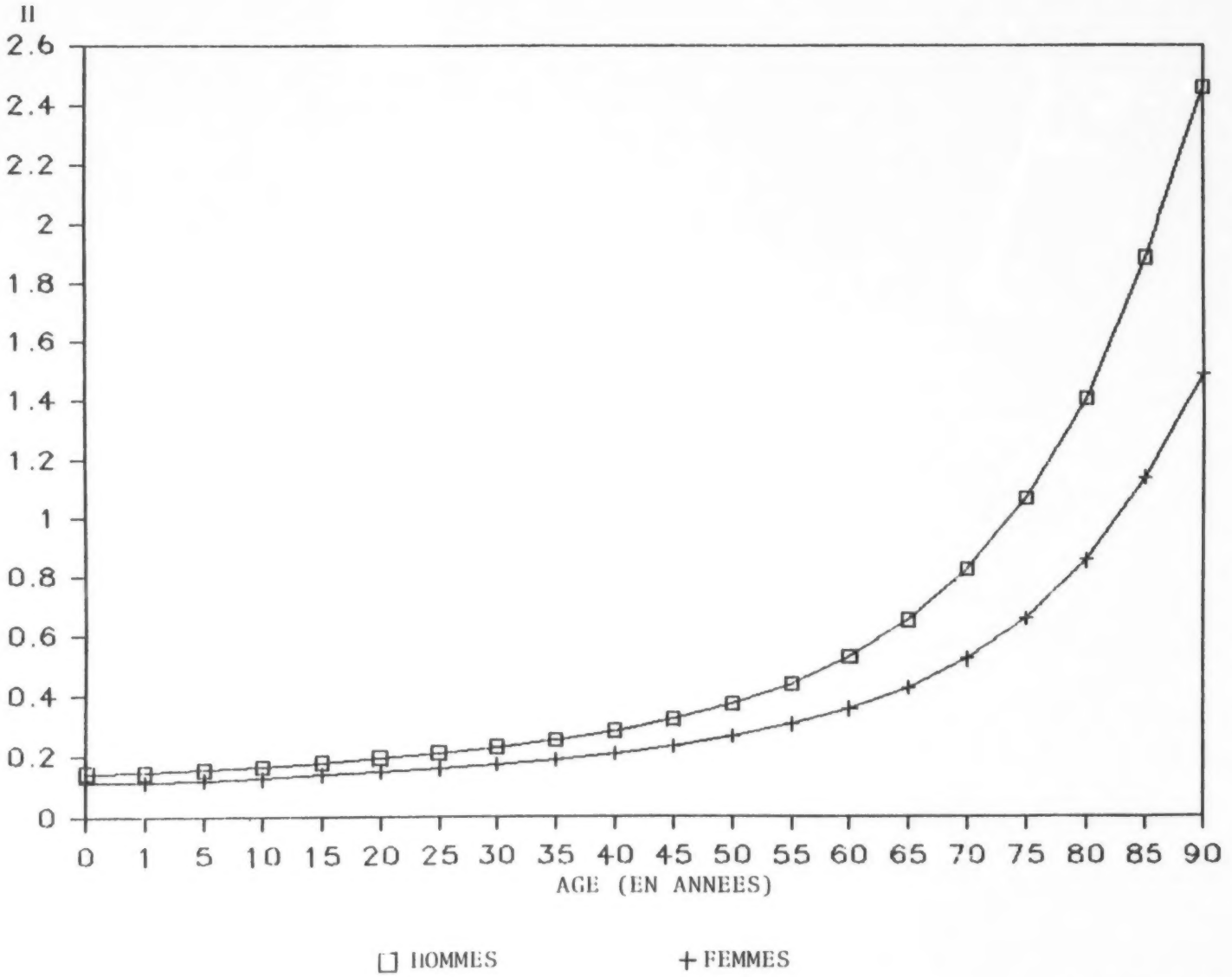
GRAPHIQUE 13

ENTROPIE (H) PAR AGE ET SEXE, CANADA, 1951



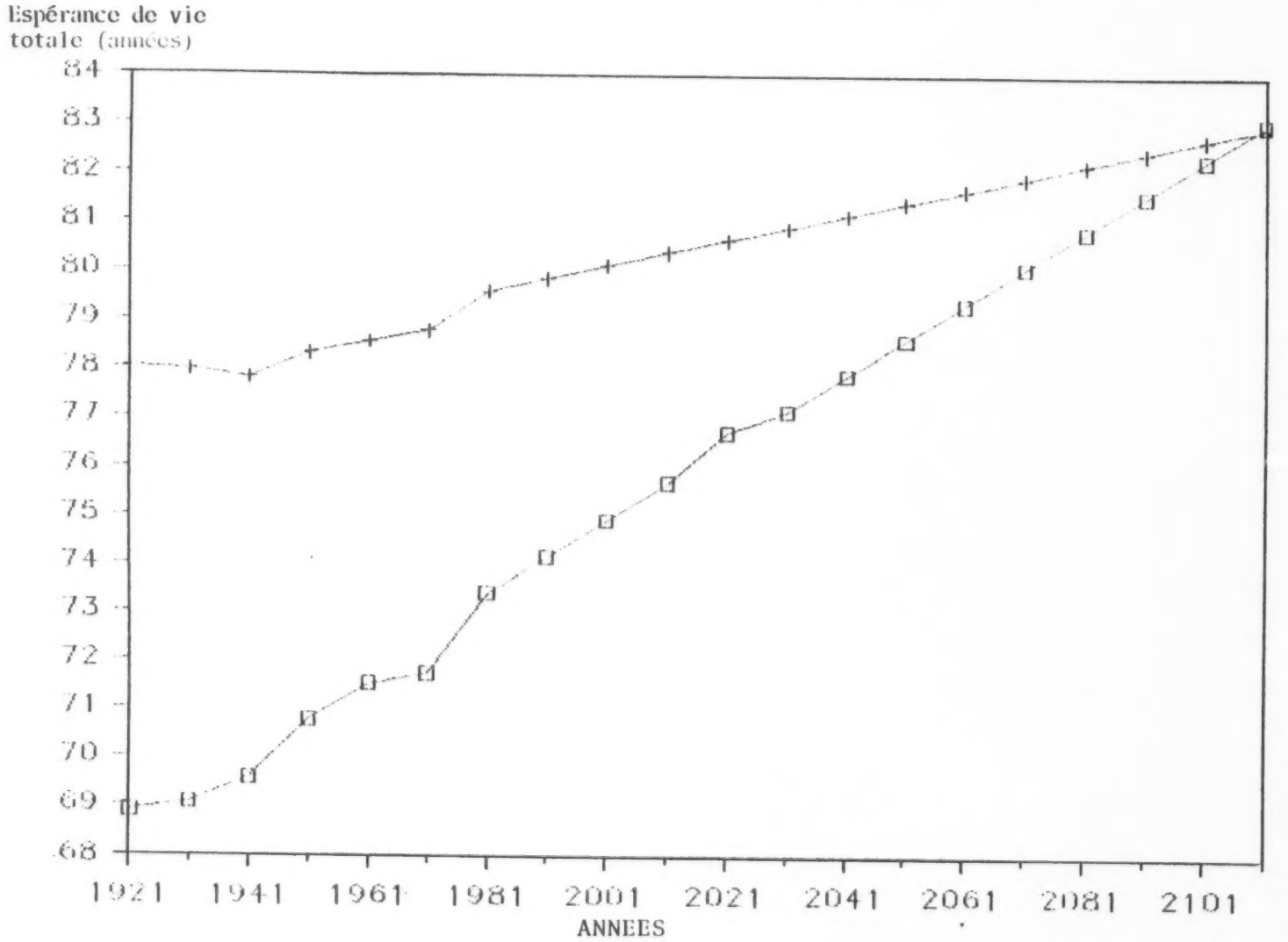
GRAPHIQUE 14

ENTROPIE (H) PAR AGE ET SEXE, CANADA, 1981



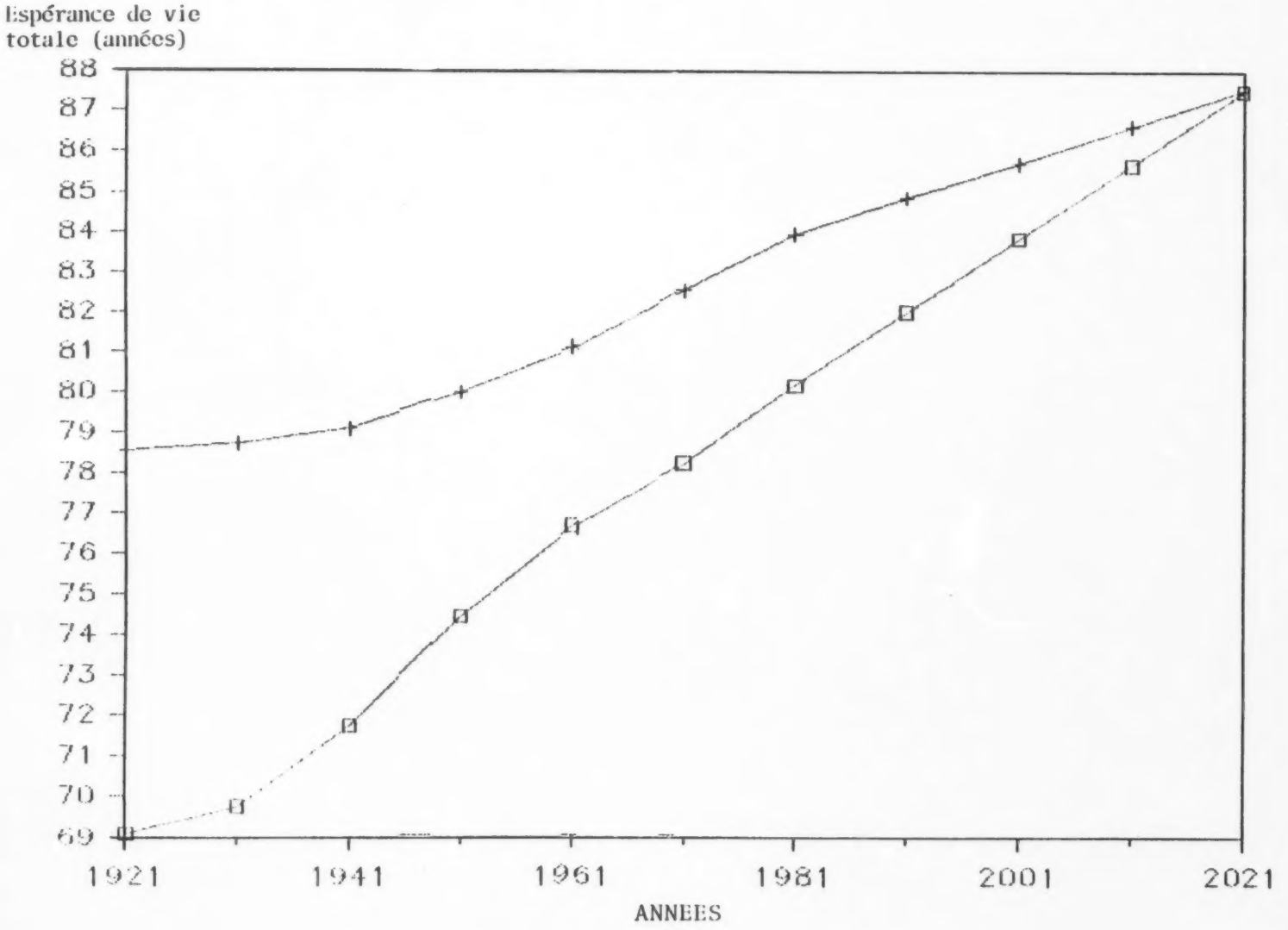
GRAPHIQUE 15

TENDANCES ET CONVERGENCES DE L'ESPERANCE DE VIE, CANADA: HOMMES



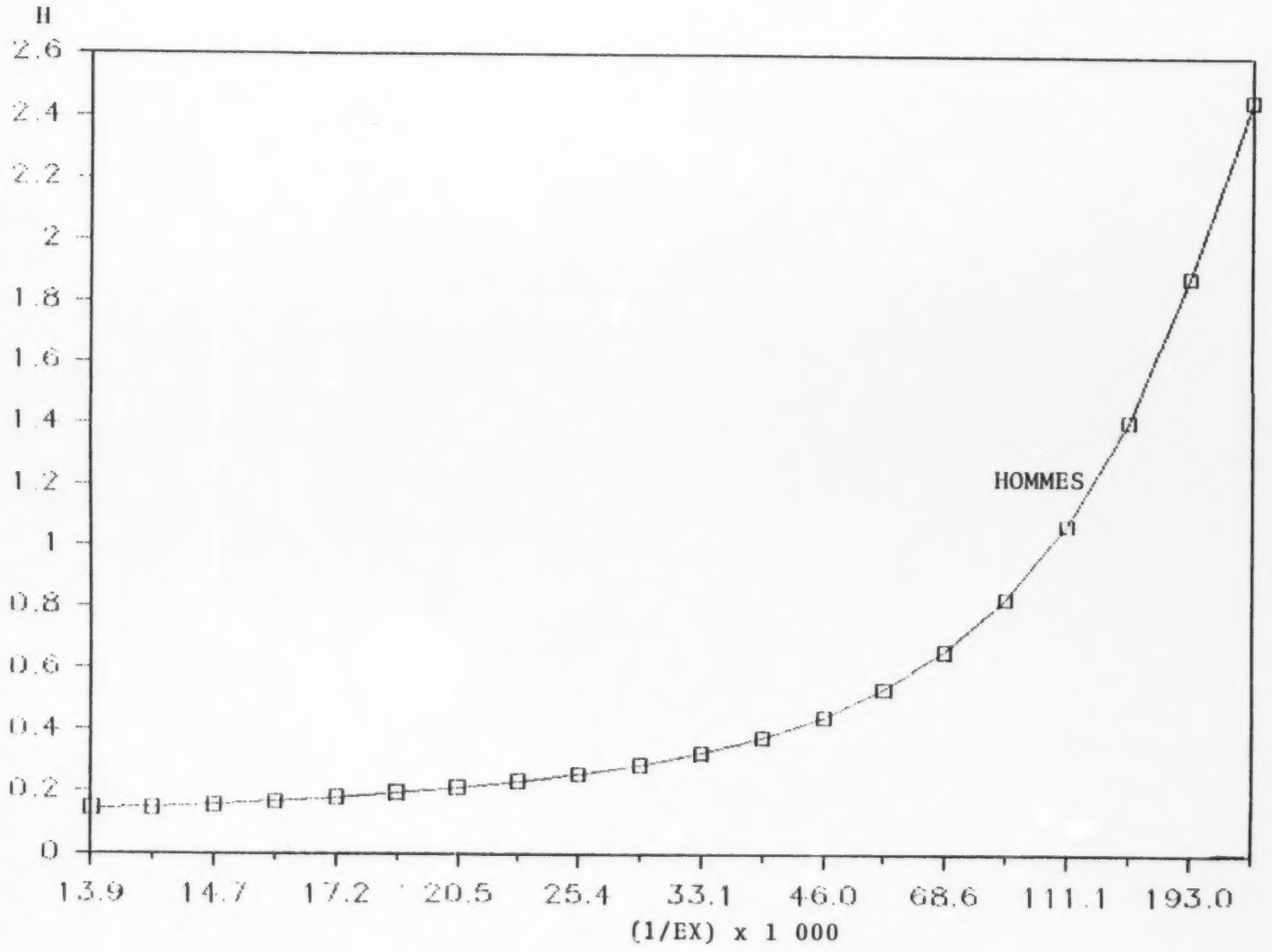
GRAPHIQUE 16

TENDANCES ET CONVERGENCES DE L'ESPERANCE DE VIE, CANADA: FEMMES



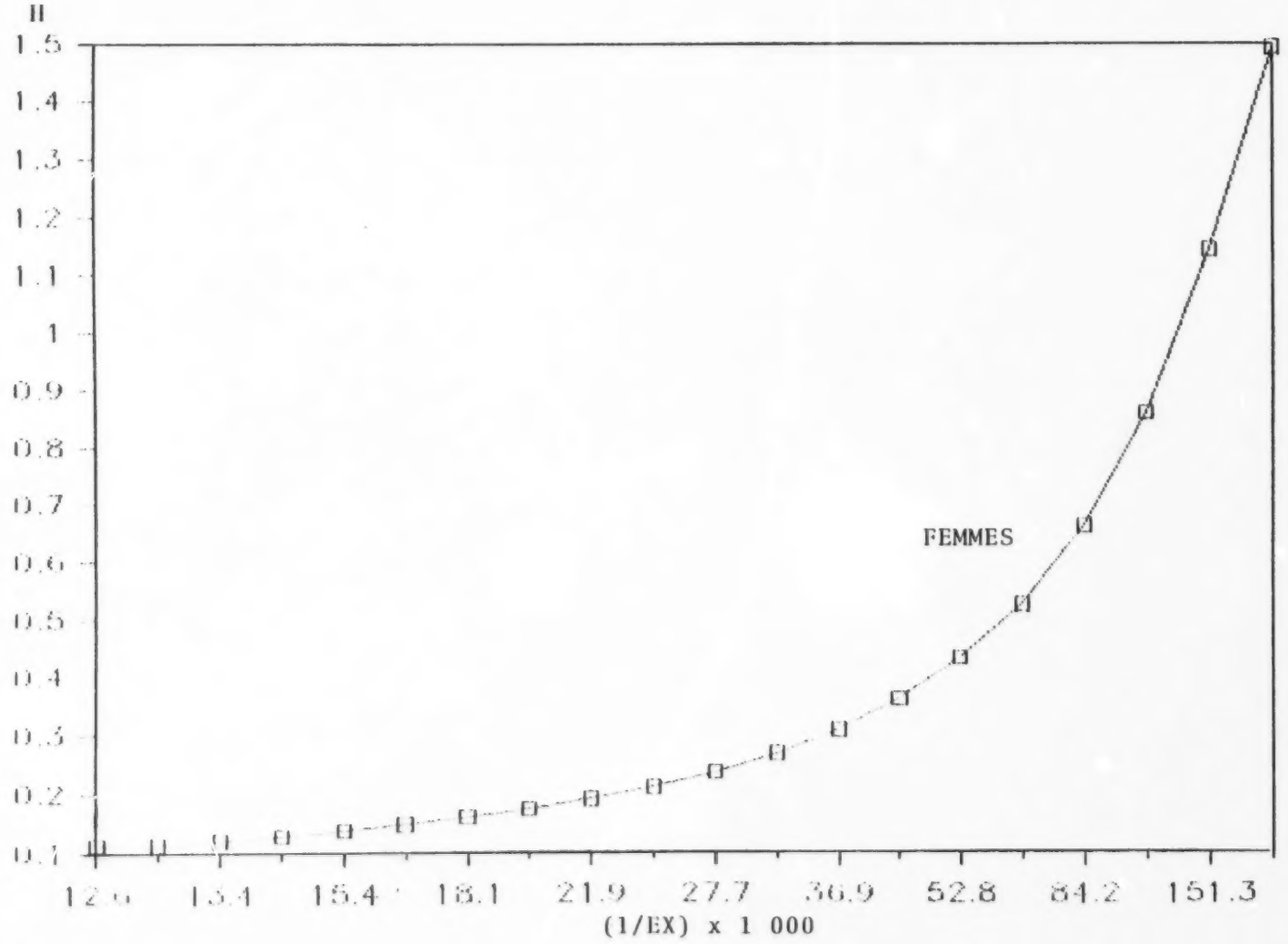
GRAPHIQUE 17

ENTROPIE PAR RAPPORT A LA RECIPROQUE DE L'ESPERANCE DE VIE, CANADA: HOMMES, 1981



GRAPHIQUE 18

ENTROPIE PAR RAPPORT A LA RECIPROQUE DE L'ESPERANCE DE VIE, CANADA: FEMMES, 1981



GRAPHIQUE 19

DIVISION DES ÉTUDES SOCIALES ET ÉCONOMIQUES

SERIES D'ÉTUDES DE RECHERCHE

No.

1a. Transforming Monthly Uniform Crime Reports to Incident Records
Craig McKie, revision, Summer 1983.

1b. Transformation des données du programme de déclaration uniforme de la criminalité en fonction des données sur les cas
Craig McKie, révision, été 1983

2. The Use of "Fixed Coefficient" Matrices to Relate Occupation and Field of Study to Manpower Requirement Models
Garnett Picot, Spring 1982

3. Inconsistencies in the Occupational Coding of the Same Individual in Two Surveys
John Turner, Spring 1983

4. Sizing Up the Burden of Unemployment in Canada
Part I - A General Labour Market Perspective
R. Paul Shaw, Winter 1984

Une autre version du présent exposé est déjà parue dans Analyse de politiques, vol. XI, no. 2, juin 1985, 143-160

5. Sizing Up the Burden of Unemployment
Part II - A Perspective on Financial Hardship
R. Paul Shaw, Summer 1984

6. La ruralité québécoise: Evolutions et perspectives
Clermont Dugas, été 1984

Une autre version du présent exposé est déjà parue dans Cahiers de géographie du Québec, vol. 28, nos 73-74, avril-septembre 1984, 183-204.

7. Fiscal vs Traditional Market Variables in Intermetropolitan Migration in Canada 1956-1981
R. Paul Shaw, Summer 1984

8. Historical Statistics on Justice
Paul Reed, Summer 1984

9a. Life Table Methodology
Canada and Provinces (1980-1982 cycle)
Dhruva Nagnur, Fall 1984

9b. Méthode de calcul des tables de mortalité
Canada et provinces (cycle 1980-1982)
Dhruva Nagnur, automne 1984

10a. Heterogeneity and Selection in Population Analysis
Nathan Keyfitz, Fall 1984

10b. Hétérogénéité et effet de sélection dans l'analyse des populations
Nathan Keyfitz, automne 1984

11. The Industrial Mix of Employment: How and Why it Changes A Review of the Past Three Decades
W. Garnett Picot, Spring 1985

12a. Analyse de la mobilité linguistique: indices, observations et modèles
Réjean Lachapelle, printemps 1985

12b. Analysis of Language Mobility: Indexes, Observations and Models
Réjean Lachapelle, Spring 1985

13a. An Analysis of Expenditure Patterns of the Elderly: Cohorts - Going Through Life Together
Louise Heslop, Spring 1985

13b. Analyse des dépenses des personnes âgées: cohorte, âge et période
Louise Heslop, printemps 1985

14a. Note de recherche - La composition linguistique: réalité et perception
Réjean Lachapelle, printemps 1985

14b. Research Note - Linguistic Composition: Perception and Reality
Réjean Lachapelle, Spring 1985

15a. Rectangularization of the Survival Curve and Entropy The Canadian Experience
Dhruva Nagnur, Summer 1985

16a. Sizing up the Burden of Unemployment in Canada Part III: Impact of Unemployment on Family Income
Paul Shaw, Summer 1985